ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 28 mars 1946, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Albert Demolon**, pour occuper, dans la Section d'Économie rurale, la place vacante par le décès de M. *Gustave Moussu*.

Il est donné lecture de ce décret et de celui, en date du 4 avril 1946, publié au *Journal Officiel de la République française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **René Barthélemy**, pour occuper, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, la place vacante par le décès de M. *Georges Charpy*.

Sur l'invitation de M. le Président, MM. **André Demolon** et **René Barthélemy** prennent place parmi leurs Confrères.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les racines carrées hermitiennes d'un opérateur hermitien positif borné*. Note de M. **Gaston Julia**.

1. Comme dans une précédente Note (1), K est un opérateur hermitien positif borné, H sa racine carrée hermitienne positive, h une racine carrée hermitienne indéfinie quelconque; H*p. p.* K, donc H*p. p.* h (2). $H+h=2H_1$ et $H-h=2H_2$ sont 2 hermitiens positifs orthogonaux $(H_1H_2=H_2H_1=0)$(3). D'où $H=H_1+H_2$, $h=H_1-H_2$, H_1 et H_2 *p. p. h*. *Réciproquement*, une décomposition quelconque $H=H_1+H_2$, en deux hermitiens positifs orthogonaux, donne une racine hermitienne indéfinie h, de K, par $h=H_1-H_2$. La détermination de toutes les h, revient à celle de *toutes les décompositions de* H (4) *en somme d'hermitiens positifs orthogonaux*.

2. Considérons d'abord les familles spectrales $E_1(\lambda)$, $E_2(\lambda)$ de deux hermi-

---

(1) Voir G. Julia, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 707.

(2) Voir la note (1) pour ces abréviations.

(3) L'une des conditions entraîne l'autre.

(4) Ou de K; car on a alors $K=K_1+K_2=H_1^2+H_2^2$, et réciproquement $(K_1K_2=0)$.

tiens positifs orthogonaux H_1 et H_2. Le domaine de valeurs Δ_{H_2} doit appartenir à la variété l. f. des zéros de H_1, constituée par les solutions propres de H_1, pour la valeur propre zéro, c'est-à-dire par $\Delta_{E_1(0)}$. Or $[\Delta_{H_2}]$, variété l. f. sous-tendue par Δ_{H_2}, est complémentaire de la variété l. f. $\Delta_{E_2(0)}$ des zéros de H_2; $[\Delta_{H_2}] = \mathcal{H} \ominus \Delta_{E_2(0)} = \Delta_{1-E_2(0)}$. Il faut donc et il suffit que le projecteur $1 - E_2(0)$ soit contenu dans le projecteur $E_1(0)$, c'est-à-dire : (1) $1 - E_2(0) \leqq E_1(0)$, équivalent à (1') $1 - E_1(0) \leqq E_2(0)$ ([5]), ou à (1'') $[1 - E_1(0)][1 - E_2(0)] = 0$. On pourrait aussi remarquer que $H_1 H_2 = 0$ équivaut à $(H_1 X, H_2 Y) = 0$ pour tous X et Y, c'est-à-dire $[\Delta_{H_1}]$ *orthogonal à* $[\Delta_{H_2}]$. La condition nécessaire et suffisante est donc (1'') qui exprime l'orthogonalité de $1 - E_1(0)$ et $1 - E_2(0)$. $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ croissant avec λ, donnent pour tous λ et $\mu \geqq 0$: $1 - E_1(\lambda) \leqq 1 - E_1(0)$, $1 - E_2(\mu) \leqq 1 - E_2(0)$, d'où la condition (2) équivalente à (1''), (2) $[1 - E_1(\lambda)][1 - E_2(\mu)] = 0$, *pour tous* λ, $\mu \geqq 0$. Cette condition [nécessaire et suffisante pour $H_1 H_2 = 0$] peut encore s'obtenir directement à partir des représentations spectrales de H_1 et H_2, en écrivant l'identité $H_1 H_2 = 0$.

3. Cette condition (2) permet d'obtenir les décompositions $H = H_1 + H_2$ cherchées, c'est-à-dire d'obtenir $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ connaissant $E(\lambda)$, famille spectrale de H (laquelle se déduit immédiatement de celle de K). Il faut choisir E_1 et E_2 nuls pour $\lambda < 0$, et vérifiant (2). On a alors

$$H = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda(dE_1 + dE_2) = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, d(E_1 E_2).$$

Le projecteur $E_1(\lambda)E_2(\lambda)$ croît avec $\lambda > 0$, est continu à droite, nul pour $\lambda < 0$, égal à 1 pour $\lambda > \sqrt{M}$; c'est donc la famille spectrale de $H = H_1 + H_2$; $E = E_1 E_2$. Pour $\lambda \geqq 0$, on a aussi, par (2), $E = E_1 + E_2 - 1$. Il en résulte que (3) $E \leqq E_1$ et $E \leqq E_2$.

Choisissons donc, *a priori*, une famille spectrale $E_1(\lambda)$, nulle pour $\lambda < 0$, telle que (3) $E \leqq E_1$. Alors $E_1(\lambda) = 1$ dès que $E(\lambda) = 1$. Pour pouvoir lui associer E_2, du même type, tel que $E = E_1 E_2 = E_1 + E_2 - 1$, pour tout $\lambda \geqq 0$, il faut que $E + 1 - E_1 = 1 - (E_1 - E)$, qui doit égaler E_2, *soit un projecteur croissant*. Ceci exige que $E_1 - E$ *soit un projecteur décroissant*, ou encore que, dans tout intervalle (λ, μ) $(0 \leqq \lambda \leqq \mu)$ on ait *variation de* $E_1 \leqq$ *variation de* E. *Réciproquement*, supposons $E_1 \geqq E$ et $E_1 - E$ *projecteur décroissant*. En posant, pour $\lambda \geqq 0$, $1 - E_2 = E_1 - E$, E_2 sera un projecteur croissant et continu à droite. De plus $1 - E_2 \leqq E_1$ pour tout $\lambda \geqq 0$, donc $E_1(1 - E_2) = 1 - E_2$, c'est-à-dire $E_1 E_2 = E_1 + E_2 - 1 = E$. $E = 1$ entraîne $E_1 = E_2 = 1$. De plus, $1 - E_2(0) \leqq E_1(0)$ entraîne; E_1 et E_2 étant croissants, $1 - E_2(\mu) \leqq E_1(\lambda)$ pour tous λ, $\mu \geqq 0$, qui équivaut à (2). On prendra $E_2(\lambda) = 0$ pour $\lambda < 0$.

([5]) Bien entendu, on n'a des H_1 et H_2 non identiquement nuls que si $E_2(0)$ et $E_1(0)$ sont $\neq 0$.

E_2 sera la famille spectrale d'un hermitien positif H_2 tel que $H_1 H_2 = 0$, à cause de (2), et $H = H_1 + H_2$.

Le problème est ramené à la détermination de toutes les familles spectrales $E_1(\lambda)$ telles que (3) $E \leq E_1$ avec (4) $E_1 - E$ *décroissant*, la condition (4) équivalant à (4') *var* $E_1 \leq$ *var* E *dans tout intervalle* (λ, μ) $(0 \leq \lambda \leq \mu)$.[(3) et (4) entraînent (2)]. *Chacune de ces familles* E_1, *avec la famille* $E_2 = E + 1 - E_1$ *correspondante, fournit une racine hermitienne indéfinie* $h = H_1 - H_2$, *de* K.

4. On peut en déduire les expressions de E_1 et E_2 données précédemment. E_1 et E_2 croissants, donnent pour tout $\lambda \geq 0$, $1 - E_1(\lambda) \leq 1 - E_1(0)$, $1 - E_2(\lambda) \leq 1 - E_2(0)$. $1 - E_1(0)$ et $1 - E_2(0)$ sont deux projecteurs *orthogonaux*, dont la somme est $1 - E(0) = P_{\mathfrak{M}}$, en posant $\mathfrak{M} = [\Delta_H] = [\Delta_K]$, variété complémentaire de celle des zéros de H ou K. $1 - E_1(0) = P_{V_1}$, $1 - E_2(0) = P_{V_2}$, $V_1 \oplus V_2 = \mathfrak{M}$. Alors $1 - E_1(\lambda) \leq P_{V_1}$, $1 - E_2(\lambda) \leq P_{V_2}$. Donc $P_{V_1} p . [1 - E_1(\lambda)]$, $P_{V_1} p . E_1(\lambda)$; P_{V_1} est orthogonal à P_{V_2}, donc à $1 - E_2(\lambda)$; P_{V_1} est donc $p.(E_1 + E_2 - 1)$ ou $p.E(\lambda)$; donc $P_{V_1} p.H$ (ou à K); donc V_1 *est invariante par* H *et* K. Mêmes conclusions pour P_{V_2} et V_2. Ensuite on aura aisément

$$1 - E_1(\lambda) = P_{V_1}[1 - E_1(\lambda)] = P_{V_1}\big[1 - E(\lambda) - (1 - E_2(\lambda))\big] = P_{V_1}[1 - E(\lambda)],$$

car $P_{V_1}[1 - E_2(\lambda)] = 0$. De même $1 - E_2(\lambda) = P_{V_2}[1 - E(\lambda)]$, qui sont les expressions trouvées pour E_1 et E_2 dans la précédente Note.

Réciproquement, ces expressions de E_1 et E_2 donnent $(1 - E_1)(1 - E_2) = 0$ pour tout $\lambda \geq 0$ et $1 - E_1 + 1 - E_2 = P_{\mathfrak{M}}[1 - E(\lambda)] = [1 - E(0)][1 - E(\lambda)] = 1 - E(\lambda)$ car $1 - E(\lambda) \leq 1 - E(0)$, ce qui ramène aux relations $E = E_1 + E_2 - 1 = E_1 E_2$, équivalentes à $E \leq E_1$, avec $E_1 - E$ décroissant.

En définitive, on obtient $H_1 = P_{V_1} H$, $H_2 = P_{V_2} H$, d'où l'expression $h = (P_{V_1} - P_{V_2})H = \Sigma H$, [$V_1$ étant une variété l. f. quelconque $\subset \mathfrak{M}$, invariante par H (ou par K) et Σ une *symétrie, dans* $\mathfrak{M}$, par rapport à V_1], pour toutes les racines hermitiennes indéfinies de K.

5. Il faut noter que l'expression $HX = H_1 X + H_2 X$, et les remarques du n° 2 prouvaient déjà que $[\Delta_{H_1}]$ et $[\Delta_{H_2}]$ sont deux variétés l. f. orthogonales intérieures à $\mathfrak{M} = [\Delta_H]$, et *complémentaires dans* $\mathfrak{M}$; en les appelant V_1 et V_2, on voit que $H_1 X = P_{V_1} HX$ et $H_2 X = P_{V_2} HX$. Dans ces conditions $hX = H_1 X - H_2 X$ est un point de $\mathfrak{M}$ qui, pour chaque X, est *symétrique de* HX par rapport à V_1, d'où l'expression $h = \Sigma H$. H se réduit à H_1 sur V_1, et à H_2 sur V_2, V_1 et V_2 sont respectivement invariantes par H ou par K. *Réciproquement*, si $V_1 \subset \mathfrak{M}$ est invariante par H (ou K), $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$ l'est aussi; si H_1 et H_2 sont les opérateurs (hermitiens positifs) *induits* par H dans V_1 et V_2, on aura, pour tout $X \in \mathfrak{M}$, $X = P_{V_1} X + P_{V_2} X = X_1 + X_2$, donc $HX = H_1 X_1 + H_2 X_2$. Si l'on prolonge H_1, hors de V_1, en le prenant nul sur $\mathcal{H} \ominus V_1$ (et de même pour H_2), on aura, *pour tout* X *de* $\mathcal{H}$, $HX = H_1 X + H_2 X$, avec $H_1 H_2 = 0$, ce qui donne le sens géométrique suivant à la décomposition $H = H_1 + H_2$ envisagée précé-

demment, et à la racine $h = H_1 - H_2$, hermitienne indéfinie associée. *Choisir dans* $\mathfrak{M} = [\Delta_H] = [\Delta_K]$ *une variété* V_1 *invariante par* K (*donc par* H) *et sa complémentaire* $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$. K *induit* K_1 *dans* V_1 *et* K_2 *dans* V_2. H *y induit* H_1 *et* H_2. H_i, ($i = 1, 2$) *est la racine hermitienne positive de* K_i *dans* V_i, ($-H_i$) *est la racine hermitienne définie négative de* K_i *dans* V_i; *il existe une racine hermitienne indéfinie h de* K *induisant* H_1 *dans* V_1 *et* ($-H_2$) *dans* V_2, *d'où son expression* $h = H_1 - H_2$. *Toute h s'obtient par ce procédé,* que nous généraliserons ultérieurement et que nous étendrons aux opérateurs K non bornés.

6. Un cas particulier évident de cette méthode est le suivant. Soit λ_0 tel que $0 < \lambda_0 < \sqrt{M}$, (M, borne de K). La variété l. f. $\Delta_{E(\lambda_0)}$ est invariante par H (et K). $\Delta_{E(\lambda_0)-E(0)}$ l'est aussi et elle est *intérieure* à $\mathfrak{M} = [\Delta_K]$. Prenons-la pour V_1, avec $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1 = \Delta_{E(\sqrt{M})-E(\lambda_0)}$. Alors $H_1 = \int_0^{\lambda_0} \lambda\, dE(\lambda)$, $H_2 = \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda\, dE(\lambda)$; car, par exemple, pour $X \in V_1$, on a $X = [E(\lambda_0) - E(0)]X$ et HX se réduit à $H_1 X = \int_0^{\lambda_0} \lambda\, d[E(\lambda)X]$, puisque $E(\lambda)[E(\lambda_0) - E(0)]$ est $E(\lambda) - E(0)$ si $\lambda < \lambda_0$, et c'est $E(\lambda_0) - E(0)$ si $\lambda \geqq \lambda_0$.

Alors $h = \int_0^{\lambda_0} \lambda\, dE - \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda\, dE$, tandis que $H = \int_0^{\lambda_0} \lambda\, dE + \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda\, dE$. Ce procédé particulier peut être étendu en intercalant entre O et $\sqrt{M}$ un nombre quelconque de points de division, effectuant la décomposition correspondante de H et affectant arbitrairement les termes de décomposition des signes + ou —, les racines hermitiennes définies ne pouvant s'obtenir qu'avec des signes toujours + ou toujours —. Un groupement de tous les signes + et un autre de tous les signes — ramènent à $h = H_1 - H_2$.

Si l'on remarque que $K = \int_0^M \lambda\, dF(\lambda)$ donne $H = \int_0^M \sqrt{\lambda}\, dF(\lambda)$, on voit que l'exemple précédent s'écrit $h = \int_0^{\lambda_0^2} \sqrt{\lambda}\, dF(\lambda) + \int_{\lambda_0^2}^M (-\sqrt{\lambda})\, dF(\lambda)$, et le procédé revient à écrire $h = \int_0^M (\varepsilon\sqrt{\lambda})\, dF(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$ étant $+1$ dans certains intervalles de λ et -1 dans les autres; plus généralement, G étant un ensemble mesurable B contenu dans (O, M) et $\overline{G}$ son complémentaire dans (O, M), $\varepsilon_1(\lambda)$ et $\varepsilon_2(\lambda)$ leurs fonctions caractéristiques, on pourra prendre $\varepsilon(\lambda)$ égal à $\varepsilon_1(\lambda)$ dans G, à $-\varepsilon_2(\lambda)$ dans $\overline{G}$. Mais ce procédé, comme on le voit sur des exemples simples, [$K = 1$, $K = P_v$], *ne permet pas toujours d'obtenir toutes les racines hermitiennes cherchées,* car on ne peut obtenir ainsi que des *racines permutables* à tous les opérateurs bornés permutables à H (ou à K). Nous y reviendrons ultérieurement.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Le sommet des Monts Bambuto (Cameroun) comme réserve botanique.* Note de M. **Auguste Chevalier.**

M. H. Jacques-Félix vient de proposer la création d'une réserve botanique dans les Monts Bambuto ([1]). Ces monts, qui s'élèvent à l'altitude de 2680^m, constituent un des plus beaux sites des Monts Cameroun. Ils sont riches en orophytes en voie de disparition (*Podocarpus*, *Lachnopylis*, *Rapatea*, *Philippia*). Nous demandons nous même que ces monts soient mis en réserve intégrale. Il faudra y intégrer notamment une petite forêt de *Myrica arborea* située vers 2200^m d'altitude.

Nous pourrions nous entendre avec nos voisins britanniques pour que les hautes vallées de la Cross-River situées sur le territoire qu'ils administrent entrent également dans cette réserve d'un haut intérêt scientifique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Variation de l'acide acétique du bois avec l'âge.* Note ([1]) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Lazare Silberstein.**

De l'acide acétique est facilement mis en liberté par hydrolyse du bois des arbres, de la paille des céréales, de la coque des noyaux et, d'une manière générale, de tous les tissus végétaux dits *lignifiés*. Les quantités obtenues sont importantes, car elles peuvent s'élever à 80^{kg} et davantage par tonne de matière sèche ([2]).

Il est intéressant de remarquer, tant au point de vue de la chimie comparée des végétaux que des applications industrielles, que le bois des Gymnospermes est moins riche que celui des Angiospermes, n'ayant fourni, selon les espèces et dans les mêmes conditions expérimentales, que de 13 à 25^{kg} au lieu de 43 à 86.

Dans les industries basées sur la saccharification du bois, l'acide acétique est libéré en même temps que les sucres et, dans certains cas, on peut avantageusement le séparer ou l'utiliser à des fins diverses.

Jusqu'à présent on ne possède qu'un très petit nombre de données relatives aux variations de la teneur acétique du bois suivant l'âge et la situation du tissu lignifié qui le compose presque entièrement. Dans le travail cité plus haut, il a été fait mention d'une différence entre le bois des grosses branches et celui du

---

([1]) *Bull. Museum*, 2e série, 17, VI, 1945.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

([2]) Gab. Bertrand et G. Brooks, *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 739-743 et Mémoire dans *Ann. agr.*, 11, 1941, p. 173 ou *Ann. des Fermentat.*, 6, 1941, p. 65.

tronc : chez les 5 espèces de Gymnospermes et surtout chez les 13 espèces d'Angiospermes qui ont été analysées, la teneur en acide acétique s'est presque toujours montrée un peu plus forte dans les branches que dans le tronc, en moyenne de 6,56 contre 5,76 % de matière sèche, chez les Angiospermes. D'un autre côté E. Hägglund a reconnu, en opérant sur le Sapin épicéa et sur le Pin silvestre, qu'il y a un peu plus d'acide acétique dans « le bois de la partie de l'arbre placée au-dessus de la limite de séparation de la couronne et du tronc que dans la partie située au-dessous », en moyenne 1,73 % au lieu de 1,83 ([3]).

Nous avons cherché à quel résultat l'on aboutirait en poussant plus loin l'étude de la variation de la teneur du bois en acide acétique, en comparant, non plus seulement la composition d'une grosse branche à celle du tronc, mais en reprenant cette étude à partir des rameaux de la première année et en répétant les analyses à plusieurs étapes du développement de l'arbre.

Nos expériences ont porté sur deux Conifères (Gymnospermes) : le Sapin ordinaire ou Epicéa (*Abies excelsa* D. C.) et le Pin des Landes ou Pin maritime (*Pinus pinaster* Soland), et sur deux Cupulifères (Angiospermes) : le Hêtre (*Fagus silvatica* L.) et le Chêne rouvre (*Quercus sessiliflora* Salisb.). Les matériaux d'étude, que nous devons au concours éclairé de M. Guinier, provenaient de l'abattage soit d'un arbre entier, comme dans le cas du Sapin, soit d'une branche principale avec toutes ses ramifications, dans les autres cas. Nous possédions déjà des échantillons de troncs et de grosses branches des dernières essences et il avait paru que l'économie d'abattage, de manipulation et de transport de nouveaux arbres pouvait être faite sans dommage pour la solution du problème envisagé.

Après mise en fagots des branches et débitage en rondelles du tronc de Sapin, les matériaux d'étude, soigneusement étiquetés, ont été abandonnés dans une chambre jusqu'à dessiccation pratiquement complète à la température ordinaire. On a procédé alors à la séparation des rameaux selon leur âge, éliminé l'écorce du bois et réduit ce dernier en poudre à l'aide du moulin pour les petits échantillons et de la râpe pour les gros.

Sur chacun des échantillons de poudre on a dosé la matière sèche par chauffage à l'étuve électrique, et l'acide acétique par hydrolyse acide, distillation et titrage alcalimétrique ([4]).

Dans le tableau ci-après les résultats sont donnés en acide acétique pour 100 de bois séché à l'étuve; le degré de développement des branches et des troncs est exprimé, après écorçage, par le diamètre ⌀ en centimètres.

([3]) E. Hägglund, *Holzchemie*, 2e édit., 1939, p. 243, Leipzig.

([4]) La technique du dosage de l'acide acétique a été décrite dans le Mémoire cité en ([2]).

Partie analysée	Épicéa.	Pin.	Hêtre.	Chêne.
	Acide acétique % de matière sèche.			
Rameaux d'une année	2,43	–	5,98	6,09
» de deux années	2,47	2,47	5,97	6,10
» trois »	2,41	2,35	6,07	6,12
» quatre »	2,38	2,34	6,04	6,18
» cinq »	–	2,28	6,10	–
Branches petites	2,25	–	–	–
⌀ env.	1^{cm}			
» grosses	2,16	2,21	6,28	6,08
⌀ env.	$2^{cm},5$	2^{cm}	3^{cm}	3^{cm}
Tronc haut	2,23	–	–	–
⌀ env.	3^{cm}			
» milieu	2,5	2,02	6,12	5,10
⌀ env.	6^{cm}	$18^{cm},5$	27^{cm}	$17^{cm},5$
» bas	2,20	–	–	–
⌀ env.	$15^{cm},5$			

Ces résultats confirment la richesse du bois en acide acétique combiné, plus grande chez les Angiospermes que chez les Gymnospermes et mettent bien en évidence, d'autre part, l'existence de certaines variations de cette richesse avec le degré de développement de l'arbre.

Les variations de la teneur en acide acétique sont peu étendues et, semble-t-il, pas toujours dans le même sens. Dans les exemples rapportés aujourd'hui, elles se sont produites dans le sens d'une diminution, pouvant atteindre environ 20 % chez le Sapin, le Pin et le Chêne, mais dans le sens d'une faible augmentation, au contraire, chez le Hêtre.

La connaissance de ces faits n'est pas seulement à retenir au point de vue théorique, elle peut être prise en considération au point de vue pratique, dans le cas, par exemple, où l'industrie chimique songerait à utiliser les petits bois d'abattage qu'elle a délaissés jusqu'ici.

THERMODYNAMIQUE. — *Théorie unidimensionnelle des tuyères-foyers.* Note de M. **Maurice Roy**.

I. On considère l'écoulement permanent (débit-masse m) et *par tranches* d'un fluide *gazéiforme* et homogène, en réaction chimique (combustion) dans une tuyère à combustion, dite *tuyère-foyer*. Pour *simplifier*, je suppose ici le fluide parfait (à viscosité et conductibilité négligeables) et assimilable à un mélange de gaz parfaits, à coefficients calorifiques insensibles au degré d'avancement α de la réaction, *elle-même supposée unique*. Toutes les grandeurs massiques sont rapportées à l'unité de masse du fluide (indice zéro, pour la section-origine où commence la combustion, soit $\alpha_0 = 0$). Le pouvoir calori-

fique à pression constante H est alors une constante et $dE = - H\,d\alpha + c_p\,dT$ (E, enthalpie).

Les équations d'état et de mouvement, sans forces extérieures, sont :

(1) $$v\,dv = -\sigma\,dp;$$

(2) $$H\,d\alpha = c_p\,dT - dQ - \sigma\,dp;$$

(3) $$\omega v = m\sigma;$$

(4) $$p\sigma = c_p T\,\frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

(v, vitesse; p, pression; σ, volume spécifique; ω, section droite; c_p, chaleur spécifique à p constant; γ, rapport des chaleurs spécifiques; dQ, apport spécifique de chaleur à travers la paroi).

Les simplifications admises conviennent notamment pour les mélanges d'air et de carburant pulvérisé, à forte dilution et à pression modérée, utilisés pour les turbines à gaz, turbo-réacteurs et moteurs analogues. Seule l'*unicité* admise de la réaction de combustion est sujette à caution, mais la théorie s'adapterait à des réactions en chaîne, pourvu que les caractéristiques en soient complètement définies. Noter qu'on suppose aussi l'*allumage* réalisé dans la tranche-origine de façon *uniforme*, soit par échauffement homogène et antérieur, soit par points chauds très nombreux et répartis (de façon à éliminer toute propagation de l'inflammation).

II. Aux cinq inconnues v, p, σ, T, ω de la théorie approchée des tuyères sans réaction chimique, s'ajoute ici α, mais l'abscisse x n'intervient toujours pas explicitement dans les équations (1) à (4), qui permettent d'exprimer quatre des inconnues en fonction de la cinquième.

C'est la *dynamique chimique* qui fait intervenir x par la *vitesse de réaction* $d\alpha/dt = v\,\partial\alpha/\partial x$. Je supposerai d'ailleurs les tuyères *adiabatiques* ($dQ \equiv 0$), et l'écoulement *sans discontinuités* (où ondes stationnaires). La condition de Carnot-Clausius (entropie constamment croissante) exige seulement que α reste inférieur à la valeur d'équilibre (dissociation) à p, T.

III. *Foyer à pression constante.* — (1) montre que $dv = 0$, donc $v \equiv v_0$: l'échauffement isobare du courant par la combustion ne modifie pas sa vitesse. Cette loi, parfois méconnue, est également vraie s'il y a échange externe de chaleur ($dQ \neq 0$); sans viscosité, v ne peut varier que si $dp \neq 0$.

Si c_p et γ sont approximativement constants, $\alpha = c_p(T - T_0)/H$, puis $\omega/\omega_0 = \sigma/\sigma_0 = T/T_0$. Le degré de réaction α est borné supérieurement par sa limite d'équilibre chimique en fonction de $p \equiv p_0$ et de T.

Pour en tenir compte et situer les *tranches* en abscisse, il faut partir du diagramme de Duhem $\alpha(T)$, relatif à la réaction unique considérée, pour $p = p_0$, avec courbes d'égale vitesse de réaction $d\alpha/dt = v_0\,\partial\alpha/\partial x$. Sur ce diagramme on trace la droite $\alpha = c_p(T - T_0)/H$ et l'on relève, en fonction de α, les cotes $d\alpha/dt$ de ses intersections avec les iso-vitesses. Puis on construit en fonction de α la

courbe $v_0/(d\alpha/dt) = 1/(\partial\alpha/\partial x)$. L'abscisse x s'évalue alors par l'aire comprise entre cette courbe et l'axe des α, de $\alpha_0 = 0$ à α considéré.

IV. *Tuyère-foyer cylindrique.* — Alors $\omega \equiv \omega_0$ et l'on pose $\varphi = v/v_0$, et μ, nombre de Mach, v/a (a, vitesse du son). En supposant c_p et γ sensiblement constants, on établit les lois

$$(5) \qquad \tau = \frac{T}{T_0} = \varphi - \gamma\mu_0^2\varphi(\varphi - 1),$$

$$(6) \qquad \alpha = \frac{a_0^2}{2(\gamma - 1)H}(\varphi - 1)[2 + (\gamma - 1)\mu^2 - (\gamma + 1)\mu^2\varphi],$$

$$(7) \qquad \varpi = \frac{p}{p_0} = \frac{\tau}{\varphi}.$$

En fonction de φ, (5) à (7) donnent T, α et p, d'où, par le diagramme de Duhem, $d\alpha/dt = v\,\partial\alpha/\partial x$. Comme en (III), on construit en fonction de α la courbe de $v/(d\alpha/dt)$ et l'on calcule, par planimétrage, $x(\alpha)$.

Même pour une réaction *unique*, la loi de $d\alpha/dt$ en fonction de (α, p, T) est rarement connue de façon complète : il y aura donc intérêt, pour confronter la théorie avec l'expérience, dans des recherches telles que celles actuellement envisagées à propos des brûleurs pour propulseurs à réaction, à choisir convenablement le mélange combustible.

Selon E. Jouguet ([1]), j'ai admis ci-dessus que $d\alpha/dt$ se réduit à une simple fonction de α, p, T. Pour les foyers à écoulement rapide, l'*influence de la turbulence*, trop négligée jusqu'ici, *se révélera probablement importante* et pourra altérer cette conception provisoire.

V. En calculant le problème précédent (IV) pour un cas analogue à celui d'un brûleur à gasoil de turboréacteur actuel ($T_0 = 850°$K.; $\gamma = 1,405$; $a_0 = 587$ m/s; $H/a_0 = 1,825$), on constate que, pour $\mu_0 = 0,6$; $0,8$; $1,5$, lim. sup. $\alpha = 0,32$; $0,06$; $0,19$. Dans un *assez large domaine* de v_0 autour de a_0, la réaction se trouve donc *étroitement restreinte* (comme le serait d'ailleurs l'échange total de chaleur avec l'extérieur en tuyère non adiabatique).

En outre, en régime initialement supersonique ($\mu_0 > 1$), à mesure que la combustion avance, v décroît tandis que p et T croissent. Par contre, en régime initialement subsonique ($\mu_0 < 1$), à mesure que α augmente, v croît et p décroît, mais T peut, selon les cas, croître continuellement ou passer par un maximum, puis devenir même inférieur à T_0 (pour $\mu_0 = 0,8$; $\alpha = 0,06$; $v = 1,24\,v_0$, on a $T = 0,973\,T_0$).

VI. Le problème précédent (IV) comporte une *singularité remarquable :* pour $\mu_0 = 1$, l'unique solution sans discontinuités est l'écoulement sonique ($v \equiv a_0$) sans réaction chimique ($\alpha \equiv 0$). A partir de ces conditions initiales, toujours en tuyère adiabatique, aucune discontinuité stationnaire n'est concevable pour *amorcer* la réaction.

([1]) *Mécanique des explosifs*, Paris, 1917, pp. 110 et suivantes.

VII. Pour une tuyère *quelconque* et lorsque la réaction est parvenue à l'*équilibre chimique* et s'y conforme, l'écoulement se traite comme en l'absence de réaction, mais en tenant compte, pour l'enthalpie et l'entropie, des variations de c_p et γ qui résultent de celle de α en fonction de p, T suivant la loi d'équilibre (c_p et γ dépendent alors de p et de T, mais d'autant moins que le mélange est plus dilué). Il me semble d'ailleurs, douteux que l'équilibre chimique puisse s'adapter continuellement à un écoulement très rapide : même dans un fluide parfait, l'adiabaticité ne se confondrait plus alors avec l'isentropie.

NOMINATIONS.

MM. **Henri Deslandres**, **Jacques Hadamard**, **Paul Langevin**, **Emmanuel de Margerie**, **Arnaud Denjoy** sont désignés pour faire partie de la délégation de l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Londres et à Cambridge, les 15 juillet 1946 et jours suivants, en commémoration du *trois-centième anniversaire* de la naissance de Isaac Newton.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Physique générale, en remplacement de M. *Charles Fabry*, décédé.

Le nombre des votants étant 50,

M. Jean Cabannes obtient	49 suffrages.
M. Francis Perrin »	1 »

M. **Jean Cabannes**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Pierre Jolibois** est élu Membre du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique en remplacement de M. *Georges Perrier*, décédé.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre artiste vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *Amédée Jobin*, pour la première ligne, M. *André Couder* obtient 41 suffrages contre 5 à M. *Henri Chrétien*.

Pour la seconde ligne, M. *Henri Chrétien* obtient 38 suffrages. Il y a 4 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne............	M. **André Couder**.
En seconde ligne..............	M. **Henri Chrétien**.

PLIS CACHETÉS.

M. **Michel Bardach** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 21 juillet 1941 et enregistré sous le n° 11768.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Recherches sur la fièvre aphteuse. Une source abondante de virus pur, le liposarcome greffable du Cobaye.*

(Renvoi à la Section de Médecine.)

MM. **Jules Bridré** et **Michel Bardach** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 21 juillet 1941 et enregistré sous le n° 11769.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Recherches sur la fièvre aphteuse. Pouvoir pathogène et valeur antigénique du virus recueilli dans une tumeur de Cobaye aphteux.*

(Renvoi à la Section de Médecine.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La Médecine aéronautique. Bulletin du Service de santé de l'air.* Tome I, n° 1, janvier 1946.

2° Lucien Godeaux. *Introduction à la Géométrie supérieure.* Deuxième édition.

3° American Society of Civil Engineers. *Memoirs. William Bowie M. Am. Soc. C. E.*, par Henry G. Avers.

4° B. Baribeau. *État de la production des Pommes de terre de semence dans le Québec.*

5° Ricardo Caballero. *Pasteur. Estudio integral de sus obras, el hombre, el filosofo, el creyente. — Aristoteles. Naturalista, biologo y filosofo. — La Independencia de la America Latina fue asegurada por los esfuerzos de las Diplomacias Norteamericana e Inglesa. — Catedra de Historia de la Medicina y de las Doctrinas Medicas. — Biblioteca de Medicina Clasica.*

MM. **Roger Brard** et **Pierre Tardi** prient l'Académie de bien vouloir les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Les processus fortement continus et la loi de Laplace.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Définitions.* — La notion de *processus stochastique* correspond à l'idée d'une fonction aléatoire $X(t)$ dont les valeurs successives, pour des valeurs

croissantes de t, sont des variables aléatoires successivement déterminées (1). Un processus est dit *normal* si le hasard intervient effectivement à chaque instant, *dégénéré* dans le cas contraire. Il y a là une distinction importante, qui disparaît absolument si l'on considère $X(t)$ comme un élément choisi d'un coup dans un certain ensemble de fonctions. En outre la notion de processus se distingue de celle de fonction aléatoire parce qu'un même processus (qu'il soit de Markoff ou non), fonctionnant à partir de diverses données initiales, peut conduire à différentes fonctions aléatoires.

Un processus est dit *additif* si la loi qui régit l'accroissement $X(t_1)-X(t_0)$ ne dépend que de t_0 et t_1; il est dit *linéaire*, si elle ne dépend que de t_1-t_0.

Un processus est *fortement continu* si la fonction $X(t)$ est presque sûrement continue. Il est *localement continu* en un point t si, quand τ tend vers zéro, $X(t+\tau)-X(t)$ tend en probabilité vers zéro. S'il en est ainsi en tout point de (t_0, t_1), ainsi qu'en t_0 à droite et en t_1 à gauche, la continuité locale est uniforme; mais cela n'entraîne pas la continuité forte.

Avec ces définitions, un théorème fondamental bien connu de la théorie des processus additifs peut s'énoncer comme suit : *si un processus additif est partout localement continu dans (t_0, t_1), ainsi qu'à droite de t_0 et à gauche de t_1, la condition nécessaire et suffisante pour que $X(t_1)-X(t_0)$ soit une variable laplacienne généralisée est que le processus soit fortement continu* (2).

Donc en particulier : *si un processus est additif et fortement continu dans un intervalle (t_0, t_1), les accroissements $X(t')-X(t)$ $(t_0<t<t'<t_1)$ sont des variables laplaciennes généralisées.*

2. *Contact de deux processus.* — Nous désignerons par $\delta X(t)$ une expression approchée de $X(t+dt)-X(t)$ telle que l'erreur puisse être mise sous la forme $\omega(t, dt)=\omega_1+\omega_2$, avec

$$E_t\{\omega_1^2\}=o[(dt)^2], \quad \Pr_t\{\omega_2\neq 0\}=o(dt) \qquad (dt\searrow 0).$$

Les indices suivant les symboles E et Pr indiquent qu'il s'agit de probabilités évaluées à l'instant t. Bien entendu, pour reconstituer la variable aléatoire $X(t+dt)-X(t)$ par l'addition de $\delta X(t)$, ω_1 et ω_2, il faut tenir compte des corrélations qui peuvent exister entre ces variables aléatoires.

Deux processus sont *tangents à l'instant t, à droite*, si, les conditions initiales supposées connues étant les mêmes, une même expression de $\delta X(t)$ convient pour les deux processus.

---

(1) Bien entendu ces valeurs $(t_0, t_1, t_2, \ldots)$ forment une suite discrète, et l'on ne peut arriver à une méthode pour réaliser le choix d'une des déterminations possibles de $X(t)$ que par des interpolations analogues à celles que l'on fait pour définir une intégrale. Cela n'empêche pas de considérer $X(t)$ comme connu dans (t_0, t_1) avant de s'occuper de $X(t_2)$.

(2) M. Fréchet ayant attiré l'attention sur le fait que la loi dite de Gauss avait, bien avant Gauss, été considérée par de Moivre et Laplace, nous appelons maintenant *variable laplacienne* une variable régie par cette loi.

3. **Théorème fondamental.** — *Si un processus fortement continu admet au point t un processus linéaire tangent à droite, $\delta X(t)$ est une variable laplacienne généralisée.*

Cela est presque évident. Si le processus linéaire tangent n'était pas lui-même fortement continu, la fonction $Y(t)$ qu'il définit aurait, entre les instants t et $t+dt$, des sauts supérieurs à h en valeur absolue, avec une probabilité $> c\,dt (h > 0, c > 0)$; la différence $Y(t) - X(t)$ aurait les mêmes sauts avec la même probabilité, et ne serait pas de la forme $\omega(t, dt)$. L'application à $Y(t)$ du théorème rappelé au n° 1 donne le résultat énoncé.

Ce théorème devient faux si l'on remplace le mot *linéaire* par le mot *additif*. Il semble toutefois qu'il y ait une extension possible si l'on admet l'existence d'un processus additif tangent, non seulement au point t, mais dans un certain intervalle $(t, t+h)$ à droite de ce point, et si de plus on impose au processus tangent de dépendre d'une manière continue de t et $X(t)$, et à la condition de contact d'être réalisée d'une manière uniforme, au moins si $X(t)$ est borné.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La consanguinité dans une population limitée.* Note de M. **Gustave Malécot**, présentée par M. Émile Borel.

L'accouplement au hasard dans une population comprenant un nombre limité d'individus entraîne une consanguinité croissante. Supposons les générations séparées, et introduisons, pour la $n^{\text{ième}}$ génération F_n, le *coefficient de consanguinité moyen* f_n d'un individu A_n pris au hasard dans F_n; c'est aussi le *coefficient de parenté* de ses deux parents A_{n-1} et A'_{n-1} pris au hasard dans F_{n-1}; c'est la probabilité pour que deux gènes homologues H_n et H'_n, tirés au sort chez A_{n-1} et A'_{n-1} et s'unissant chez A_n, descendent d'un même gène d'un même ancêtre commun. A_n présente alors les trois génotypes avec les probabilités

$$p(p+fq), \quad 2pq(1-f), \quad q(q+fp) \quad (^1).$$

1° Soit une population végétale de N individus monoïques, susceptibles d'autofécondation aussi bien que de croisement. Les deux parents de A_n ont les probabilités $1/N$ et $1-1/N$ d'être identiques ou distincts; donc, en appelant φ_n le coefficient de parenté de deux individus *supposés distincts* de F_{n-1} :

$$f_n = \frac{1+f_{n-1}}{2N} + \varphi_n\left(1-\frac{1}{N}\right) \quad \text{et} \quad \varphi_n = \frac{1+f_{n-2}}{2N} + \varphi_{n-1}\left(1-\frac{1}{N}\right),$$

d'où la récurrence $f_n = 1/2N + f_{n-1}(1-1/2N)$, qui montre que f_n tend vers 1 quand n tend vers l'infini; les hétérozygotes disparaissent, *on tend vers l'homogénéité génétique.*

---

(1) G. Malécot *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 313.

La rapidité de ce processus est donnée par

$$\alpha_n = 1 - f_n = \alpha_0\left(1 - \frac{1}{2N}\right)^n \# \alpha_0 e^{-\frac{n}{2N}}.$$

Le nombre de générations doit être de l'ordre du nombre d'individus pour que la réduction soit appréciable. (Le cas $N = 1$ est celui de l'autofécondation indéfinie.)

2° Soit une population à sexes séparés : N_1 mâles et N_2 femelles. A_{n-1} et A'_{n-1} sont forcément distincts. La probabilité que H_n et H'_n proviennent d'un même gène de F_{n-2} est $1/4N_1 + 1/4N_2$, que nous désignerons par $1/N$ (N est la moyenne harmonique de $2N_1$ et $2N_2$). $\alpha_n = 1 - f_n$ tend encore vers 0 suivant la récurrence $\alpha_n = (1 - 1/N)\alpha_{n-1} + 1/2N\,\alpha_{n-2}$ qui admet deux solutions $\alpha_n = k^n$, avec $k^2 - (1 - 1/N)k - 1/2N = 0$, d'où la solution générale

$$\alpha_n = l\left(\frac{1 - 1/N + \sqrt{1 + 1/N^2}}{2}\right)^n + \mu\left(\frac{1 - 1/N - \sqrt{1 + 1/N^2}}{2}\right)^n,$$

l et μ étant déterminés par α_0 et α_1 (l'accouplement frère-sœur est obtenu pour $N_1 = N_2 = 1$, $N = 2$).

Si α_0 ou α_1 est $\neq 0$, l est $\neq 0$, et α_n se réduit, dès que n est un peu grand, à son 1er terme $l e^{-\frac{n}{2N}+\frac{n}{8N^2}+\frac{\varepsilon n}{N^2}}$ avec $l = \alpha_1 + \alpha_0/2N + o(1/N^2)$. *La séparation des sexes n'introduit donc qu'une modification insignifiante.*

3° Supposons maintenant que l'effectif varie au cours du temps, c'est-à-dire que N_1, N_2 et N soient des fonctions connues de n. On a encore

$$\alpha_{n+2} = \left[1 - \frac{1}{N(n)}\right]\alpha_{n+1} + \frac{\alpha_n}{2N(n)},$$

qu'on résout en posant $\alpha_n = k_0 k_1 k_2 \ldots k_n$; les k_i se calculent à partir de k_1 par $k_{n+2} = 1 - 1/N(n) + 1/2N(n)k_{n+1}$; ils sont donc < 1 à partir de k_3, et par suite les α_n décroissent vers une limite $\alpha \geq 0$. $\log\alpha$ est la somme de la série de terme général $\log k_n = \log(1 - U_n)$, en posant

$$U_{n+2} = \frac{1 - \varepsilon_n}{2N(n)} \quad \text{et} \quad \varepsilon_n = \frac{U_{n+1}}{1 - U_{n+1}} \sim \frac{1}{2N(x-1)},$$

donc

$$U_{n+2} \sim \frac{1}{2N(n)}.$$

a. Si, quand n tend vers l'infini, $N(n)$ reste fini ou devient infini au plus comme une fonction linéaire de n, l'intégrale $\int_a^{+\infty} \frac{dn}{2N(n)}$ est divergente, la série U_n aussi, donc $\alpha = 0$, f tend vers 1, *on tend à l'homogénéité*;

b. Si $N(n)$ tend vers l'infini comme n^{1+k} ($k > 0$), la série U_n est convergente, la limite $1 - \alpha$ de f est < 1, l'état asymptotique *conserve une proportion* $2\alpha pq$ *d'hétérozygotes.*

4° Mais la principale raison de la persistance d'hétérozygotes est l'introduction de gènes nouveaux par *mutation* ou *migration*. Si u désigne la probabilité qu'un gène déterminé mute d'une génération à la suivante, ou la proportion de reproducteurs venus à chaque génération d'une population infiniment nombreuse extérieure à F, ou la somme de ces deux quantités, $1-u$ sera la probabilité qu'un gène de A_n provienne sans modification d'un de ses parents. On a alors $f_n = [(1-u)^2/2N] + (1-u)^2(1-1/2N)f_{n-1}$ dans le cas monoïque, $f_n = [(1-u)^4(1+f_{n-2})/2N] + (1-u)^2(1-1/N)f_{n-1}$ dans le cas des sexes séparés, ce qui donne pour valeurs asymptotiques, en négligeant u^2 :

$$\frac{(1-2u)}{[1+(4N-2)u]} \quad \text{et} \quad \frac{(1-4u)}{(1+4Nu)}$$

respectivement, donc sensiblement $f = 1/(1+4Nu)$, qui ne diffère notablement de 1 (persistance d'hétérozygotes) que si *le nombre total* $2Nu$ *de gènes nouveaux à chaque génération est au moins de l'ordre de l'unité*, ce qui est souvent réalisé par migration.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Un théorème d'existence*. Note de M. **Jerzy Neyman**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient X une variable aléatoire et t une variable certaine. Soit $F(t)$ la loi de probabilité de X, représentant, pour tout t, la probabilité $P\{X \leq t\}$ pour que X ne dépasse pas t. Il semble que c'est à M. Émile Borel qu'on doive la remarque importante que, si la fonction $F(t)$ est continue, alors il existe au moins une fonction mesurable $f(t)$ telle que la variable aléatoire Y, qu'on obtient en substituant X dans $f(t)$ au lieu de t,

$$Y = f(X)$$

possède une répartition de propabilité uniforme entre 0 et 1 :

$$P\{Y \leq t\} = t,$$

pour $0 \leq t \leq 1$. Un exemple d'une telle fonction $f(t)$ est fourni par la loi de probabilité $F(t)$, de façon que $Y = F(X)$ soit une variable aléatoire à répartition uniforme entre 0 et 1. Le but de la présente Note est de démontrer l'existence d'une fonction $f(t)$ qui jouit de la même propriété simultanément par rapport à un nombre fini de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots X_n$.

2. Lemme [1]. — Étant données deux fonctions continues et non décroissantes $F_i(t)$, $i = 1, 2$, définies pour tout t réel, et telles que $F_i(-\infty) = 0$, $F_i(+\infty) = \alpha$, alors *pour tout entier positif n, il existe un intervalle (a, b) tel que* $F_i(b) - F_i(a) = \alpha/n$. La démonstration de ce lemme est immédiate.

[1] M. Georges Polyá m'informe qu'un résultat semblable a été obtenu par M. Paul Lévy, mais nous n'avons pu trouver la publication qui s'y rapporte. M. Polyá a démontré une extention intéressante du lemme donné ici.

3. Théorème. — *Étant données* N *variables aléatoires indépendantes* X_i, $i=1, 2, \ldots, N$, *avec leurs lois de probabilité* $F_i(t)$ *continues, il existe une fonction mesurable* $f(t)$, *telle qu'en y substituant au lieu de* t *n'importe quelle variable* X_i, *on obtient une variable aléatoire* $Y_i=f(X_i)$ *dont la répartition de probabilité est uniforme entre zéro et un,* $P\{Y_i \leq t\} \equiv t$ *pour* $0 \leq t \leq 1$.

Il suffit de démontrer ce théorème pour $N=2$. La fonction $f(t)$ sera définie comme la limite d'une suite monotone. Pour définir le premier membre de cette suite, désignons par w_1 l'intervalle (a, b), dont l'existence est assurée par le lemme, tel que $F_i(b)-F_i(a)=1/2$, $i=1, 2$. Désignons par w_2 le reste de l'axe des abscisses. On définit

$$f_1(t)=0 \quad \text{pour } t \varepsilon w_1, \qquad f_2(t)=\frac{1}{2} \quad \text{pour } t \varepsilon w_2.$$

On voit que les deux variables aléatoires $Y_i=f_1(X_i)$ $(i=1, 2)$ ont la même loi de probabilité. Pour définir le second membre de la suite de fonctions, on raisonne sur w_1 et w_2 séparément, tout comme on a raisonné sur l'axe des abscisses entier. On applique le lemme et l'on partage w_1 en deux parties, $w_{2,1}$ et $w_{2,2}$ telles que $P\{x_i \varepsilon w_{2,j}\}=1/4$, pour $i, j=1, 2$. De même on partage w_2 en deux parties $w_{2,3}$ et $w_{2,4}$ ayant la même propriété.

On définit ensuite

$$f_2(t)=0, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,1},$$

$$f_2(t)=\frac{1}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,2},$$

$$f_2(t)=\frac{2}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,3},$$

$$f_2(t)=\frac{3}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,4}.$$

En continuant ainsi n fois, on arrive à 2^n ensembles $w_{n,j}$, $j=1, 2, \ldots, 2^n$, tels que

$$P\{x_i \varepsilon w_{n,j}\}=2^{-n} \qquad (i=1, 2),$$

et l'on définit

$$f_n(t)=\frac{j-1}{2^n}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{n,j}.$$

En tenant compte du mode de subdivision de l'axe de t en des ensembles $w_{n,j}$, on voit que, pour tout t fixé, $f_n(t)$ est une fonction non décroissante de n. Donc la suite $\{f_n(t)\}$ possède une fonction limite $f(t)$ et l'on voit que

$$f_n(t) \leq f(t) < f_n(t)+\frac{1}{2^n}.$$

D'autre part, pour $i=1, 2$ et pour tout t entre les limites

$$\frac{j-1}{2^n} \leq t < \frac{j}{2^n},$$

où $j \leq 2^n$ est un entier positif, on a

$$t < P\{f_n(X_i) \leq t\} = \frac{j}{2^n} < t + \frac{1}{2^n}.$$

Il s'ensuit que, pour tout t entre 0 et 1 et pour tout n positif entier,

$$t - \frac{1}{2^n} < P\{f(X_i) \leq t\} < t + \frac{1}{2^n}$$

pour $i = 1, 2$. Donc

$$P\{f(X_i) \leq t\} = t.$$

La généralisation au cas d'un nombre quelconque des variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ est immédiate.

Le théorème démontré a des applications intéressantes dans la théorie des ensembles *semblables* à tout l'espace, abordée en 1933 par E. S. Pearson et l'auteur de la présente Note. Comme l'a montré M. Georges Darmois ([2]), le problème des ensembles semblables est équivalent au problème du Nil formulé par M. R. A. Fisher en 1936.

GÉOMÉTRIE. — *Attributs de dérivabilité dans la génération de systèmes triples orthogonaux*. Note ([1]) de M. **Georges Llensa**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous avons défini ([2]) les familles de surfaces intégrales paratingentes de l'équation

$$(\mathrm{E}) \qquad \overline{\mathrm{grad}}^2\, u \,.\, S^2(u) = 1,$$

dans laquelle $S(u)$ est le premier membre d'une équation de sphère dont le centre $Q(u)$ et le rayon $R(u)$ sont des fonctions continues de u; et nous en avons donné certaines propriétés. La présente Note va montrer comment une étude des solutions de (E) à surfaces de niveau sphériques permet d'étudier les intégrales paratingentes et d'obtenir des systèmes triples orthogonaux possédant en tout point un certain degré d'irrégularité.

L'équation (E) a des solutions $u(x, y, z)$ à surfaces de niveau sphériques ([3]); soit $\sigma(u)$ une telle famille de sphères, pour laquelle le support et le sens de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u$ sont continus. Si l'on donne la sphère $\sigma(u_0)$, la famille $\sigma(u)$ est complètement déterminée par l'intégration du système

$$(1) \qquad \overrightarrow{\omega}_u = -2\varepsilon\rho\overrightarrow{\omega Q}, \qquad \rho_u = \varepsilon\left(\rho^2 + \overline{\omega Q}^2 - R^2\right),$$

où ω et ρ désignent respectivement le centre et le rayon de $\sigma(u)$, et où $\varepsilon = \pm 1$ est donné par le sens (connu) de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_0$ sur $\sigma(u_0)$. (Nous prendrons $\varepsilon = 1$.)

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 266.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 297.

([3]) Nous ne considérons que des portions de surfaces à distance positive de $S(u)$.

On obtient de cette façon toutes les familles de ∞^1 sphères à centre et rayon continûment dérivables : si $\sigma(u)$ est donnée, pour chaque u le système (1) détermine $S(u)$ sans ambiguïté.

Le long d'une trajectoire orthogonale C d'une famille $\sigma(u)$, posons $M = \omega + \rho\vec{h}$, $\vec{h}$ étant un vecteur unitaire. Ce vecteur est continûment dérivable par rapport à u, puisque ω et M le sont : les courbes C ont un cercle osculateur continu qui, comme dans le cas des familles L. D. [1], est orthogonal à $S(u)$. Les courbes C sont données par le système

$$(2) \qquad \vec{M}_u = (\overline{QM}^2 - R^2)\vec{h}, \qquad \vec{h}_u = 2(\vec{h} \wedge \overrightarrow{QM}) \wedge \vec{h}.$$

Étant données deux valeurs u_0, u_1, ce système fait correspondre à un élément de contact orienté $(M_0, \vec{h}_0)$ un autre élément de contact $(M, \vec{h})$: ce système définit donc une famille de *transformations de contact* $T(u_0, u_1)$ *conservant les sphères*.

Une telle transformation conserve le cercle de contact d'une sphère à un paramètre avec son enveloppe : à un cercle tracé sur une sphère correspond un cercle sur la sphère transformée. Par suite, la correspondance ponctuelle ainsi établie entre deux sphères homologues *conserve les angles*. Les cyclides de Dupin, et sur elles, deux cercles orthogonaux sont aussi conservés. Finalement, deux *sphères σ et σ' ayant un élément de contact commun* $(M, \vec{h})$, $T(u_0, u_1)$ *conserve l'orthogonalité ou le contact de deux courbes γ, γ' passant par* M *et tracées respectivement sur σ et σ'.*

Appelons ici *bande de courbure* toute famille d'∞^1 éléments de contact $(M, \vec{h})$ telle que : 1° le lieu de M soit une courbe Γ à paratingente unique; 2° à chaque élément $(M, \vec{h})$ on peut associer une sphère le possédant, ayant une enveloppe, qu'elle touche suivant un cercle variant continûment et coupant orthogonalement Γ en M. A ce degré de généralité, $T(u_0, u_1)$ *conserve les bandes de courbure.* En effet, deux familles de sphères ainsi associées à une bande de courbure $\mathcal{B}_0$ sont telles qu'à un même $(\vec{M}, \vec{h})$ sont associées deux sphères tangentes dont les cercles caractéristiques se touchent en M. Cette propriété est conservée dans $T(u_0, u_1)$, ce qui entraîne que la transformée $\mathcal{B}$ est bande de courbure. Lorsque u_0 est fixé, $T(u_0, u)$ fait correspondre, pour chaque valeur de u à une surface orientée (u_0) donnée, une surface (u). La famille (u) est intégrale paratingente de (E). A toute ligne de courbure de (u_0) correspond une ligne de courbure de (u), et l'orthogonalité de deux lignes de courbure est conservée; une surface (u_0) portant un réseau orthogonal de lignes de courbure donne ainsi naissance à un système triple-orthogonal.

Considérons trois fonctions u, v, w, de x, y, z pourvues de gradients continus satisfaisant à

$$(3) \qquad \overrightarrow{\text{grad}}\, v . \overrightarrow{\text{grad}}\, w = \overrightarrow{\text{grad}}\, w . \overrightarrow{\text{grad}}\, u = \overrightarrow{\text{grad}}\, u . \overrightarrow{\text{grad}}\, v = 0.$$

En dérivant *formellement* (3) par rapport à x, y, z, on obtient un système de 9 équations où figurent les 18 dérivées secondes *éventuelles* de u, v, w. Cette indétermination fait pressentir que les hypothèses sur u, v, w sont insuffisantes pour entraîner l'existence de courbures sur les surfaces correspondantes. Effectivement le ci-devant procédé pour engendrer des systèmes triples-orthogonaux dont une famille est une intégrale paratingente de (E), fournit certains systèmes pourvus d'un jeu incomplet de dérivées secondes.

---

[1] *Bull. Sc. math.*, 2e série, 65, 1941, p. 225.

Prenons pour (u_0) une surface $z=f(x, y)$, où f a des dérivées troisièmes, et pour $S(u)$ une sphère de rayon nul, $\overrightarrow{Q}_u$ n'existant pour aucune valeur de u et le lieu de Q étant partout sans tangente. On peut prendre pour $v(x, y, z)$ et $w(x, y, z)$ des fonctions à dérivées premières continues. Nous avons $H=\sqrt{\overline{M_u^2}}=\overline{MQ}^2$, donc H n'est pas dérivable par rapport à u, non plus que $\overrightarrow{M}_u$, et l'on montre aisément que ce fait ne dépend pas du remplacement de u par $u_1=\varphi(u)$. L'existence des dérivées secondes de $u(x, y, z)$ entraînerait celle de $\overrightarrow{M}_{u}$. On peut donc conclure : *Il existe des systèmes triples-orthogonaux* (u, v, w) *pour lesquels le jeu des dérivées secondes est incomplet.*

D'ailleurs aucune famille de ces systèmes n'est formée de sphères, car dans ce dernier cas, on obtient immédiatement des exemples de disparition totale des courbures, vu la possibilité de choisir sur l'une des sphères un réseau orthogonal servant de base au système triple sur cette sphère, les courbes d'une famille étant des courbes uniparatingentes quelconques.

TOPOLOGIE. — *Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique* (1). Note (2) de M. **Georges Reeb**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Formes de Pfaff complètement intégrables. — *Propriété* 1. — Soit $\omega=a_{ij}x^i\,dx^j$ une forme de Pfaff complètement intégrable du R^n (a_{ij} sont des constantes). Si la matrice (a_{ij}) des coefficients est de rang $p\geqq 3$, la forme ω se réduit à une différentielle exacte.

En effet, $D\omega$ est à coefficients constants. Si $D\omega\neq 0$, la condition de complète intégrabilité entraîne que $D\omega=\omega_1\wedge\omega_2$ (les formes ω_1 et ω_2 étant à coefficients constants et ω étant une combinaison de ω_1 et ω_2). D'où l'on conclut que, par changement de base, on peut écrire $\omega=\lambda\,dX^1+\mu\,dX^2$, où λ et μ sont des formes linéaires de X^1 et X^2. Ceci montre que le rang de la matrice (a_{ij}) est au plus égal à 2. Donc $D\omega=0$, d'où $a_{ij}=a_{ji}$ et $\omega=(1/2)\,d(a_{ij}x^ix^j)$.

Soit maintenant $\omega=a_i(x)\,dx^i$ une forme deux fois continûment différentiable, définie dans une boule de centre O du R^n et admettant le point O de coordonnées $x^j=0$ comme point singulier. Désignons par a_{ij} les valeurs des dérivées partielles des a_i calculées au point O.

Propriété 2. — Si $\omega=a_i\,dx^i$ est complètement intégrable, il en est de même de la forme $\omega^\star=a_{ij}x^i\,dx^j$.

Si la forme quadratique $a_{ij}x^ix^j$ est définie positive ou négative, la forme

(1) Voir Ch. Ehresmann et G. Reeb, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 995; **220**, 1945, p. 237.

(2) Séance du 25 mars 1946.

$\omega = a_i(x)\,dx^i$ satisfera dans un voisinage de O à la condition C suivante : $\left[a_i X^i / \sqrt{\Sigma a_i^2 \Sigma (x^i)^2}\right] \geqq \varepsilon > 0$. D'une façon générale, nous posons :

Définition. — Si le point O (défini par $x^i = 0$) est un point singulier isolé de la forme complètement intégrable $\omega = a_i(x)\,dx^i$ et si dans tout un voisinage O la condition C est satisfaite, le point O sera appelé centre.

Propriété 3. — Si O est un centre pour ω, le système des variétés intégrales, dans un voisinage convenable de O, peut être transformé par un homéomorphisme h en un système de sphères concentriques du R^n (si $n \geqq 3$).

Propriété 4. — Si ω est une forme complètement intégrable définie dans une variété V_n compacte et si les seuls points singuliers de ω sont des centres, alors V_n est une sphère S_n, les variétés intégrales sont des sphères S_{n-1} et les points singuliers sont au nombre de deux. De plus, ω admet un facteur intégrant dans tout V_n.

II. Fonctions numériques. — Soient V_n une variété deux fois continûment différentiable et compacte, et f une fonction numérique deux fois continûment différentiable sur V_n admettant des points singuliers isolés. Supposons qu'en ces points singuliers la matrice (a_{ij}) des dérivées partielles secondes a_{ij}, de f, soit de rang n.

Le point singulier sera caractérisé par l'indice de la forme quadratique associée à (a_{ij}).

Appelons variété de niveau l'ensemble des points x vérifiant $f(x) = K$. Une variété de niveau est une véritable variété si K n'est pas une valeur singulière de f.

Désignons par variété connexe de niveau, une composante connexe d'une variété de niveau. Supposons de plus qu'à des points singuliers distincts correspondent des valeurs distinctes de f.

Théorème 1. — *Le quotient de V_n par la relation d'équivalence « x et y appartiennent à la même variété connexe de niveau » est un complexe simplicial fini et connexe K_1 de dimension 1. L'image réciproque $\varphi^{-1}(o)$ d'un sommet O de K_1 est une variété connexe de niveau singulière; l'image réciproque de l'intérieur de chaque simplexe est homéomorphe au produit topologique d'une variété connexe de niveau par* R^1.

Appelons ordre d'un sommet de K_1 le nombre de simplexes de dimension 1 de K_1 ayant ce sommet pour sommet. L'indice d'un sommet de K_1 sera l'indice du point singulier dont il est image.

Théorème 2. — *L'ordre des sommets de K_1 d'indice* 0 (ou n) *est* 1 *et réciproquement l'indice d'un sommet d'ordre* 1 *est* 0 *ou* n.

Théorème 3. — *Si $n \geqq 3$ l'ordre des sommets d'indice* 1 (ou $n-1$) *est* 2 *ou* 3. *Si $n = 2$ l'ordre des sommets d'indice* 1 *est* 2, 3 *ou* 4. *L'ordre des sommets d'indice distinct de* 0, 1, $n-1$ *ou* n *est* 2.

La démonstration de ce dernier théorème repose sur le lemme suivant : Soit $x \in V_n$ un point singulier d'indice p. Dans une boule ouverte B_n de centre x

et assez petite, l'ensemble des points y tels que $f(y) < f(x)$ a une ou deux composantes connexes, selon que $p > 1$ ou $p = 1$.

On en conclut en particulier :

THÉORÈME 4. — *Si $n \geq 3$ et si M est le nombre de points singuliers d'indice o ou n, et m celui des points singuliers d'indice 1 ou n — 1, on a l'inégalité suivante $M \leq m + 2$. Si $n = 2$, l'inégalité s'écrit $M \leq 2(m + 1)$.*

THÉORÈME 5. — *En particulier, si $m = 0$ on a $M = 2$. Le complexe K_1 sera homéomorphe à un intervalle fermé, et toutes les variétés de niveau sont connexes.*

THÉORÈME 6. — *Le groupe de Poincaré de K_1 est isomorphe à un groupe quotient du groupe de Poincaré de V_n.*

COROLLAIRE. — *Si V_n a un groupe de Poincaré fini et si $M = 2$, le complexe K_1 sera homéomorphe à un intervalle fermé et toutes les variétés de niveau seront connexes.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles, totalement hyperboliques, d'ordre plus grand que 2.* Note [1] de M. **Florent Bureau**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur à deux a fait l'objet des recherches de E.-E. Levi, I. Petrovsky, G. Herglotz et N. Zeilon. Dans des travaux bien connus, M. J. Hadamard a montré que, pour les équations aux dérivées partielles du second ordre, du type simplement hyperbolique, *tous* les résultats relatifs au problème de Cauchy et au principe de Huygens « peuvent et doivent se déduire de la seule solution élémentaire ». Nous voudrions montrer que l'on peut étendre ce résultat à des équations aux dérivées partielles totalement hyperboliques, d'ordre quatre et à trois variables indépendantes.

Considérons l'équation

$$D_\varphi . D_\psi u = F(x), \tag{1}$$

avec

$$D_\varphi = a_3 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - a_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - a_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2},$$

$$D_\psi = b_3 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - b_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - b_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2},$$

les a et les b étant des constantes positives telles que $0 < a_3 < a_2 < a_1$, $0 < b_1 < b_2 < b_3$. Nous poserons

$$f = a_1 a_2 x_3^2 - a_2 a_3 x_1^2 - a_3 a_1 x_2^2,$$

$$g = b_1 b_2 x_3^2 - b_2 b_3 x_1^2 - b_3 b_1 x_2^2,$$

$$2h = (a_1 b_2 + a_2 b_1) x_3^2 - (a_2 b_3 + a_3 b_2) x_1^2 - (a_1 b_3 + a_3 b_1) x_2^2,$$

$$p_1 = a_2 b_3 - a_3 b_2, \qquad p_2 = a_3 b_1 - a_1 b_3, \qquad p_3 = a_2 b_1 - a_1 b_2,$$

$$c_1^2 = p_2 p_3, \qquad c_2^2 = p_3 p_1, \qquad c_3^2 = p_1 p_2,$$

$$c_1 = c'_1, \qquad c_2 = ic'_2, \qquad c_3 = ic'_3,$$

(1) Séance du 25 mars 1946.

les c'_1, c'_2, c'_3 étant positifs; les cônes $f=0$, $g=0$ n'ont aucune génératrice commune. Nous écrirons enfin

$$4v_f = -\frac{x_1}{c'_1}\operatorname{arc\,tg}\frac{c'_1 x_1\sqrt{f}}{a_1 h - b_1 f} - \frac{x_2}{c'_2}\lg\frac{b_2 f - a_2 h - c'_2 x_2\sqrt{f}}{a_2\sqrt{h^2 - fg}} - \frac{x_3}{c'_3}\lg\frac{b_3 f - a_3 h + c'_3 x_3\sqrt{f}}{a_3\sqrt{h^2 - fg}},$$

$$4v_g = \frac{x_1}{c'_1}\operatorname{arc\,tg}\frac{c'_1 x_1\sqrt{g}}{a_1 g - b_1 h} - \frac{x_2}{c'_2}\lg\frac{b_2 h - a_2 g + c'_2 x_2\sqrt{g}}{b_2\sqrt{h^2 - fg}} - \frac{x_3}{c'_3}\lg\frac{b_3 h - a_3 g - c'_3 x_3\sqrt{g}}{b_3\sqrt{h^2 - fg}}.$$

Désignons par $v(x)$ la fonction définie dans la région $g \geq 0$, $f > 0$ par $v_f + v_g$ et dans la région $g < 0$, $f \geq 0$ par $v_f + (\pi/4)(x_1/c'_1)\operatorname{sign} x_1$; cette fonction et ses dérivées premières sont bien déterminées, finies, continues et uniformes à l'intérieur de l'ellipse $f=0$ et tendent vers zéro lorsque le point (x_1, x_2, x_3) tend vers $f=0$; aux sommets communs, situés sur Ox_2, des ellipses $a_1 g - b_1 h = 0$ et $b_1 f - a_1 h = 0$, $v(x)$ est indéterminée mais reste bornée. Les dérivées de $v(x)$ d'ordre au moins égal à 2 sont encore bien déterminées, uniformes et continues, mais deviennent infinies sur $f=0$ et $g=0$; on a d'ailleurs

$$D_\varphi v = \frac{1}{2\sqrt{g}}, \qquad D_\psi v = \frac{1}{2\sqrt{f}}.$$

2. Soient V un domaine à trois dimensions, limité par une surface fermée S, $d\tau$ l'élément de volume et $d\sigma$ l'élément de surface; si nous désignons par (π_1, π_2, π_3) le vecteur unitaire porté par la normale à S et dirigé vers l'intérieur de V et si nous posons

$$P_\varphi = \pi_3 a_3 \frac{\partial}{\partial x_3} - \pi_1 a_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \pi_2 a_2 \frac{\partial}{\partial x_2},$$

$$P_\psi = \pi_3 b_3 \frac{\partial}{\partial x_3} - \pi_1 b_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \pi_2 b_2 \frac{\partial}{\partial x_2},$$

nous avons, dans les conditions habituelles, la formule fondamentale

$$\iiint (v.D_\varphi D_\psi u - u.D_\varphi D_\psi v)\, d\tau$$
$$= \frac{1}{2}\iint_S [u(P_\psi D_\varphi v + P_\varphi D_\psi v) - (P_\psi u.D_\varphi v + P_\varphi u.D_\psi v)$$
$$+ (P_\varphi v.D_\psi u + P_\psi v.D_\varphi u) - v(P_\varphi D_\psi u + P_\psi D_\varphi u)]\, d\sigma.$$

3. Pour calculer en un point $P = (x^0)$ la solution $u(x)$ de l'équation (1), vérifiant les données de Cauchy sur la surface S, considérons la fonction $v(x - x^0) = v(x; x^0)$. Soient Γ^{I}, Γ^{II} les cônes de sommet P ayant pour équations $g=0$, $f=0$ et par D le domaine limité par la surface S et le cône Γ^{II}. Dans D, isolons Γ^{I} et Γ^{II} par des cônes très voisins et appliquons la formule fondamentale dans le domaine restant. On peut montrer que les surfaces des cônes caractéristiques Γ^{I} et Γ^{II} n'apportent aucune contribution à

la formule cherchée et que l'on a

$$2\pi\, u(x^0) = \iiint \varphi(x;\, x^0)\, F(x)\, d\tau$$
$$- \text{p. fin} \iint_S \times \left[u_0 (P_\psi D_\varphi \varphi + P_\varphi D_\psi \varphi) - (u_1 D_\varphi \varphi + u_2 D_\psi \varphi) \right.$$
$$\left. + u_3 P_\varphi \varphi + u_4 P_\psi \varphi - u_5 \varphi \right] d\sigma,$$

les fonctions u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, évidemment non indépendantes entre elles, étant des fonctions connues sur S.

4. On peut étudier de la même manière le cas où les cônes $f = 0$ et $g = 0$ ont quatre génératrices communes. La même méthode est encore applicable à des équations aux dérivées partielles totalement hyperboliques, d'ordre plus grand que 2 et à quatre variables indépendantes; la principale difficulté réside dans la construction de la solution élémentaire et dans l'étude de ses propriétés.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet ramifié et la représentation conforme.* Note de M. **Marcel Brelot**, présentée par M. Paul Montel.

1. Poursuivons l'étude d'une Note antérieure [1] avec les mêmes notations, le point $(Q, \mathcal{L})$ étant plutôt noté $\mathcal{L}^Q$ ou $\mathcal{L}$. La mesure (harmonique ramifiée) intérieure $\underline{\mu}'_M(e)$ [extérieure $\overline{\mu}'_M(e)$] d'un ensemble e de $\mathcal{E}$ relative à un point M de Ω vaut $\underline{H}'_{\varphi_e}(M)$ [respectivement $\overline{H}'_{\varphi_e}(M)$], φ_e étant la fonction caractéristique de e.

2. Complétons d'abord l'étude de l'allure des H' au voisinage d'un point-frontière irrégulier, grâce à la notion de pseudo-limite [2].

Théorème I. — *Si* θ *est une fonction bornée continue sur* $\mathcal{E}$ *et* $\mathcal{L}_0^{Q_0}$ *irrégulier* (ce qui exige $Q_0 \neq \mathcal{R}_\tau$ si $\tau \geq 3$), H'_θ *admet en* Q_0 *une pseudo-limite qui permet de définir comme fonctionnelle de* θ *prolongée une intégrale de Daniell* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *et une mesure correspondante* $\mu'_{\mathcal{L}_0}$. *La mesurabilité harmonique ramifiée équivaut à la mesurabilité-*$\mu'_{\mathcal{L}_0}$ *(avec identité des ensembles de mesure nulle) et la mesure* $\mu'_{\mathcal{L}_0}(e)$ *est majorée par* $K\,\mu'_M(e)$ (K constante dépendant du choix de M), *ce qui inclut que la sommabilité-*$\mu'_{\mathcal{L}_0}$ *ou* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *entraîne la résolutivité.*

b. Si f *sur* $\mathcal{E}$ *est résolutive et sommable-*$\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *au sens large,* H'_f *admet en* Q_0 *une pseudo-limite finie ou non égale à* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}(f)$. *Plus généralement pour* f *quelconque, si les semi-intégrales de Daniell* $\overline{\mathcal{J}}_{\mathcal{L}_0}(f)$ *et* $\underline{\mathcal{J}}_{\mathcal{L}_0}(f)$ *ne sont pas infinies de signes contraires,* $\underline{H}'_f$ *et* $\overline{H}'_f$ *admettent en* Q_0 *des pseudo-limites respectivement égales à ces*

(1) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 654 (article noté I).

(2) Voir *Bull. Sc. Math.*, **68**, 1944, p. 12 (noté II) et *Ann. École Norm. Sup.*, **61**, 1944, p. 301.

semi-intégrales. [D'ailleurs si $\underline{H}'_f = -\infty$, on voit sans hypothèse supplémentaire sur f que $\underline{\mathcal{J}}_{\mathcal{L}_0}(f) = -\infty$, valeur de la pseudo-limite.]

c. Posons $W_{Q_0}(M)$ égale à $h(Q_0 M)$ ([3]) si $Q_0 \neq \mathcal{R}_\tau$ et à $\log(OM)$ ($O \neq \mathcal{R}_2$) si $\tau = 2$ et $Q_0 = \mathcal{R}_2$.

Alors si pour f quelconque sur $\mathcal{E}$, l'un des $\underline{H}'_f$, $\overline{H'_f}$ est fini, son quotient par $W_{Q_0}(M)$ admet en Q_0 une pseudo-limite nulle.

Il est commode de démontrer d'abord la *proposition analogue*, facile à énoncer, *pour le problème simple* avec les $\underline{H}$, $\overline{H}$ et qui élargit beaucoup les résultats d'une Note antérieure ([4]).

3. Étudions, indépendamment, les relations du problème de Dirichlet ramifié avec la représentation conforme.

Supposons dans $\bar{R}_2$, Ω simplement connexe (l'hypothèse faite de $C\Omega$ non polaire équivalant alors à ce qu'il y ait plus d'un point-frontière). Considérons une représentation conforme T sur le cercle unité D de circonférence Γ, avec application de M_0 au centre O. On sait qu'elle se prolonge en une correspondance T biunivoque entre Γ et les bouts premiers dont certains sont associés biunivoquement aux $\mathcal{L}$ ainsi applicables par T dans Γ. La structure uniforme de $\mathcal{T}$ transportée par T sur l'image dans le cercle est plus fine que la structure uniforme euclidienne induite; l'application de $\mathcal{E}$ dans Γ par T est continue, univalente et donne donc un ensemble borélien dont le complémentaire est d'ailleurs de mesure nulle sur Γ ([5]).

Théorème 2. — *Soient $f(\mathcal{L})$ quelconque sur $\mathcal{E}$ et une fonction $\varphi(P)$ sur Γ devant seulement être égale à $f(\mathcal{L})$ en tout P image de $\mathcal{L}$ par T. Alors aux points correspondants dans Ω et dans le cercle :*

$$\underline{H}'^{\Omega}_f = \underline{H}^{D}_{\varphi}, \qquad \overline{H}'^{\Omega}_f = \overline{H}^{D}_{\varphi}.$$

La mesure conforme d'un ensemble de bouts premiers étant par définition la mesure de l'image par T sur Γ, le théorème précédent en montre l'identité au facteur 2π près avec la mesure harmonique ramifiée pour l'ensemble des $\mathcal{L}$ associés à ces bouts premiers. La théorie du problème ramifié permet alors de retrouver aussitôt divers résultats sur la mesure conforme.

([3]) $h(r) = 1/r^{\tau-2}$ si $\tau \geq 3$; $h(r) = \log(1/r)$ si $\tau = 2$.

([4]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 676. Dans cette Note, la référence (BS) d'indication bibliographique erronée est notre (II) précédent, et dans le théorème **2**, il faut lire fonction borélienne, bornée hors.....

([5]) Cette propriété de la mesure angulaire est contenue dans des résultats plus précis de Mlle Ferrand et M. Dufresnoy, mais est aussi presque immédiate d'après le lemme de la note ([1]).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines fonctions entières.*
Note (¹) de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

I. Nous disons qu'une fonction entière $f(z)$ est orientée s'il existe dans le plan complexe une demi-droite Ou issue de l'origine O telle que $f(z)$ n'ait qu'un nombre fini de zéros à l'extérieur de tout angle de sommet O contenant Ou à son intérieur. La fonction $f(z)$ est alors dite *orientée dans la direction* Ou.

a. Soient alors $f(z)$ et $g(z)$ deux fonctions entières réelles pour z réel, orientées dans la direction Ox' opposée à Ox, et de même genre fini p.

Si, pour une valeur de θ de module $<\pi$ et telle qu'il n'existe aucun entier impair m satisfaisant à $m\pi/2(p+1)\leqq|\theta|\leqq m\pi/2p$, on a, pour r infini,

$$\log|f(re^{i\theta})|\sim\log|g(re^{i\theta})|, \tag{1}$$

la même relation subsiste pour toutes les valeurs de θ satisfaisant à la même condition et l'on a, quel que soit θ de module $<\pi$,

$$\log|f(re^{i\theta})|-\log|g(re^{i\theta})|=o[\log|f(r)|], \tag{2}$$

et

$$\frac{f'(re^{i\theta})}{f(re^{i\theta})}\sim\frac{g'(re^{i\theta})}{g(re^{i\theta})}. \tag{3}$$

Si la relation (3) a lieu pour une valeur quelconque de θ de module $<\pi$, elle a lieu ainsi que (2) pour toutes les valeurs de θ de module $<\pi$, et l'on a (1) pour toutes les valeurs de θ satisfaisant à la condition indiquée plus haut.

b. φ étant un angle quelconque satisfaisant à $\pi/2(p+1)<\varphi<\pi/2p$, on peut former deux fonctions $f(z)$ et $g(z)$ du type indiqué de même genre p et telles que la relation (1) ait lieu pour $|\theta|=m\varphi$, avec m entier impair $<2p$, et que l'on ait pour toutes les autres valeurs de θ de module $<\pi$

$$\log|f(re^{i\theta})|=o[\log|g(re^{i\theta})|].$$

II. Supposons maintenant que $f(z)$ soit une fonction entière de genre fini p, réelle pour z réel, ayant tous ses zéros réels et négatifs et égale à 1 pour $z=0$.

Supposons que son développement en série entière commence par

$$1+a_q z^q+a_{q+1}z^{q+1}+\ldots.$$

Appelons $-r_1, -r_2, \ldots, -r_n, \ldots$ ses zéros rangés par ordre de modules croissants et écrits chacun autant de fois qu'il y a d'unités dans son ordre de multiplicité.

Si $r_n=r_{n+1}$, nous poserons $r'_n=r_n$, et, si $r_n<r_{n+1}$, nous appellerons $-r'_n$ le plus grand zéro de $f'(z)$ compris entre $-r_{n+1}$ et $-r_n$.

D'après le théorème de Laguerre, l'ensemble des zéros de $f'(z)$, écrits chacun

(¹) Séance du 25 février 1946.

autant de fois qu'il y a d'unités dans son ordre de multiplicité, se compose de la suite $-r'_1, -r'_2, \ldots, -r'_n$ augmentée au plus de p autres zéros. Nous appellerons s le nombre de ces zéros supplémentaires et ϖ le produit des modules de ceux d'entre eux qui ne sont pas nuls (en nombre égal à $s-q+1$).

a. Supposons que l'on ait, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^{\rho(x)},$$

$\rho(x)$ étant une fonction définie pour x positif assez grand, dérivable, telle que pour x infini $\rho'(x).x \log x$ tende vers zéro et satisfaisant à

$$p < \varliminf_{x \to +\infty} \rho(x) \leqq \varlimsup_{x \to +\infty} \rho(x) < p+1.$$

Alors $s=p$, et l'on a, pour x infiniment grand,

$$\sum_{r_i \leqq x} (r'_i - r_i) \sim [p+1-\rho(x)]x \qquad \text{et} \qquad \varpi \prod_{r_i \leqq x} \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{x^{p+1-\rho(x)}}{\rho(x)}.$$

b. De même, si l'on a, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^{p+1} \omega(x),$$

$\omega(x)$ étant une fonction positive définie pour x positif assez grand, infiniment petite avec $1/x$, et satisfaisant quel que soit k positif à $\omega(kx) \sim \omega(x)$, l'on a

$$\varpi \prod_{r_i \leqq x} \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{1}{(p+1)\,\omega(x)}.$$

c. Si l'on a, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^p \omega(x),$$

où $\omega(x)$ est une fonction positive définie pour x positif assez grand, infiniment grande avec x, et satisfaisant, quel que soit k positif, à $\omega(kx) \sim \omega(x)$, et si $p > 0$, l'on a pour n tendant vers $+\infty$

$$r'_n \sim r_{n+1} \qquad \text{et} \qquad \varpi \prod_1^n \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{r_{n+1}}{p\,\omega(r_{n+1})}.$$

Dans le cas $p=0$, $\prod_1^n \frac{r'_i}{r_i}$ serait un infiniment grand d'ordre supérieur à $\frac{r_{n+1}}{\omega(r_{n+1})}$,

d. Supposons enfin que l'on ait, pour x réel positif infiniment grand, $\log f(x) \sim A x^p$.

Si $(-1)^p A > 0$, on a $s=p$ et $\frac{\varpi}{r_1} \prod_2^{+\infty} \frac{r'_{i-1}}{r_i} = \frac{q\,|a_q|}{p\,|A|}$.

Si $(-1)^p A < 0$, on a $s=p-1$ et $\varpi \prod_1^{+\infty} \frac{r'_i}{r_i} = \frac{q\,|a_q|}{p\,|A|}$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la définition du vecteur-courant en théorie des corpuscules. Cas du spin demi-entier.* Note (¹) de M. **Robert Potier**.

Nous avons donné (²) la forme générale des systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, linéaires et à quatre variables, invariants par toute transformation de Lorentz directe ou inverse. Un corpuscule sera représenté par les fonctions inconnues d'un tel système (S).

Soit $\Psi^{p\ q}_{k\ h}$ une telle fonction. Si elle figure dans une équation du système, seules $\Psi^{p+1\ q+1}_{k\ h}$, $\Psi^{p+1\ q-1}_{k\ h}$, $\Psi^{p-1\ q+1}_{k\ k}$ et $\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ h}$ peuvent figurer dans la même équation.

Il en résulte que le système (S) se décompose en deux systèmes partiels (S_1) et (S_2), indépendants l'un de l'autre. Dans (S_1) ne figurent que les $\Psi^{(p\ q)}$ tels que $p+q$ soit un nombre pair; dans (S_2) interviennent les seuls $\Psi^{(p\ q)}$ correspondant à $p+q$ impair. On peut supposer que le corpuscule ne peut être décrit que par un des systèmes (S_1) ou (S_2) (et non par leur ensemble). Les systèmes (S_1) correspondent aux corpuscules de spin entier, les (S_2) aux corpuscules de spin demi-entier.

Il est habituel d'introduire, en théorie relativiste des corpuscules, un vecteur formé à partir des $\Psi^{(p\ q)}$ et qui joue le rôle de vecteur-courant. Il est aisé de voir qu'on peut former un tel vecteur comme somme de vecteurs partiels obtenus par produit spinoriel de $\Psi^{(p\ q)}$ avec $\Psi^{(p+1\ q+1)}$, $\Psi^{(p-1\ q-1)}$, $\Psi^{(p+1\ q-1)}$ et $\Psi^{(p-1\ q+1)}$ exclusivement, spineurs dont la somme des indices supérieurs a même parité que $p+q$.

Dans ce qui suit, nous prendrons $p+q$ impair (spin demi-entier).

Introduisons les vecteurs (ou pseudovecteurs) $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)})$ et $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$ définis comme suit :

Vecteur (ou pseudovecteur) $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$.

Composante en X^2,

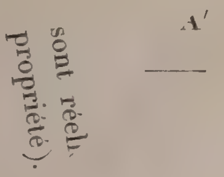
$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}C_{p-1}^{k}C_{q-1}^{h}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ h}\Psi_{p\ k-1}^{p\ \ \ q} + \ldots\right.$$

Composante en $X^{1'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}C_{p-1}^{k}C_{q-1}^{h}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ h}\Psi_{p}\ldots\right.$$

Composante en X^1,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}C_{p-1}^{k}C_{q-1}^{h}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ h}\Psi_{p-k}^{p}\ldots\right.$$



(¹) Séance du 3 décembre 1945.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638.

Composante en $X^{2'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}\,C_{p-1}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p-1}_{k}{}^{q-1}_{h}\,\Psi^{p}_{p-k}{}^{q}_{q-h}\pm\Psi^{q-1}_{h}{}^{p-1}_{k}\,\Psi^{q}_{q-h}{}^{p}_{p-k}].$$

Vecteur (ou pseudovecteur) $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$.

Composante en X^{2},

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h}\,\Psi^{p+1}_{p-k}{}^{q-1}_{q-h-1}\mp\Psi^{q}_{h}{}^{p}_{k}\,\Psi^{q-1}_{q-1-h}{}^{p+1}_{p-k}].$$

Composante en $X^{1'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h+1}\,\Psi^{p+1}_{p-k}{}^{q-1}_{q-1-h}\mp\Psi^{q}_{h}{}^{p}_{k}\,\Psi^{q-1}_{q-1-h}{}^{p+1}_{p+1-k}].$$

Composante en X^{1},

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h}\,\Psi^{p+1}_{p+1-k}{}^{q-1}_{q-1-h}\mp\Psi^{q}_{h+1}{}^{p}_{k}\,\Psi^{q-1}_{q-1-h}{}^{p+1}_{p-k}].$$

Composante en $X^{2'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h+1}\,\Psi^{p+1}_{p+1-k}{}^{q-1}_{q-1-h}\mp\Psi^{q}_{h+1}{}^{p}_{k}\,\Psi^{q-1}_{q-1-h}{}^{p+1}_{p+1-k}].$$

Dans ce qui précède, les C_i^j sont les quantités bien connues $C_i^j=[i!/j!(i-j)!]$; les v_+ représentent des vecteurs, les v_- des pseudovecteurs.

On peut calculer les divergences des vecteurs (ou pseudovecteurs) v.

Divergence de $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)})$,

$$\mathcal{J}_{\mp}\Big[\Psi^{(p\ q)};\ A^{[{}^{p-1}_{+}\ {}^{q-1}_{+}]}\,\Psi^{(p-1\ q-1)}\Big]+\mathcal{J}_{\mp}\Big[A^{[{}^{p}_{-}\ {}^{q}_{-}]}\,\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)}\Big].$$

Divergence de $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$,

$$\mathcal{J}_{\mp}\Big[\Psi^{(p\ q)};\ A^{[{}^{p+1}_{-}\ {}^{q-1}_{+}]}\,\Psi^{(p+1\ q-1)}\Big]-\mathcal{J}_{\mp}\Big[A^{[{}^{p}_{+}\ {}^{q}_{-}]}\,\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)}\Big].$$

Les $\mathcal{J}_{\mp}$ sont des fonctions bilinéaires, à coefficients constants, des deux spineurs de même variance figurant dans la parenthèse.

Réalité du vecteur courant. — Les expressions que nous venons de donner ne sont pas purement réelles. Il est cependant nécessaire que le vecteur-courant le soit.

Introduisons les spineurs conjugués $\Psi'^{(p\ q)}$ de tous les $\Psi^{(p\ q)}$, définis par

$$\Psi'^{p}_{s}{}^{q}_{r}=i^{q-p}\,\Psi^{*q}_{r}{}^{p}_{s},\qquad \Psi'^{q}_{s}{}^{p}_{r}=i^{p-q}\,\Psi^{*p}_{r}{}^{q}_{s}.$$

lo Les expressions

Si $(v)\left\{\begin{array}{l} v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi'^{(p-1\ q-1)})\pm v_{\mp}(\Psi'^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)}),\\ v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi'^{(p+1\ q-1)})\pm v_{\mp}(\Psi'^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})\end{array}\right.$

Si (— 1) 'es (et elles sont les seules qu'on puisse former possédant cette

On a ainsi le choix entre des vecteurs et des pseudovecteurs, pouvant jouer le rôle de vecteurs-courant partiels. On prendra pour vecteur-courant une combinaison linéaire des (v). Le vecteur-courant ainsi obtenu sera de la forme la plus générale possible.

Choisissons, pour fixer les idées, de prendre un pseudovecteur-courant V_-. Considérons le spineur $\Psi^{(p\ q)}$ et écrivons tous les termes de l'expression de V_- où il figure. Nous obtenons (les λ sont des nombres réels) :

$$\begin{aligned} &\lambda\begin{pmatrix} p+1 & q+1 \\ p & q \end{pmatrix}\{v_-[(p\ \ q);(p+1\ \ q+1)']+v_-[(p\ \ q)';(p+1\ \ q+1)]\} \\ +\,&\lambda\begin{pmatrix} p-1 & q-1 \\ p & q \end{pmatrix}\{v_-[(p\ \ q);(p-1\ \ q-1)']+v_-[(p\ \ q)';(p-1\ \ q-1)]\} \\ +\,&\lambda\begin{pmatrix} p+1 & q-1 \\ p & q \end{pmatrix}\{v_-[(p\ \ q);(p+1\ \ q-1)']+v_-[(p\ \ q)';(p+1\ \ q-1)]\} \\ +\,&\lambda\begin{pmatrix} p-1 & q+1 \\ p & q \end{pmatrix}\{v_-[(p\ \ q);(p\quad 1\ \ q+1)']+v_-[(p\ \ q)';(p-1\ \ q+1)]\} \end{aligned}$$

[Pour abréger, nous avons remplacé $\Psi^{(p\ q)}$ par $(p\ q)$ et $\Psi'^{(p\ q)}$ par $(p\ \ q)'$.]

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur certaines généralisations des changements de coordonnées.* Note (¹) de M. **Serge Slansky**.

1. Dans des essais de généralisation de la transformation de Lorentz, M. Destouches (²) et plus récemment M. Murard ont considéré des substitutions linéaires dont les coefficients ne sont pas purement numériques mais contiennent certains opérateurs. Nous avons cherché s'il était légitime, pour passer de la transformation des coordonnées à celle des opérateurs de dérivation par rapport à ces variables, d'appliquer la méthode dite d'*équicorrespondance* (³) en traitant les coefficients comme s'ils étaient des nombres.

Étant donné un changement de coordonnées défini par des formules qui contiennent des opérateurs $\mathfrak{A}^{(p)}$ $(p=1, 2, \ldots n)$ ayant les valeurs propres $\lambda_i^{(p)}$, nous pouvons définir l'effet de la substitution sur la fonction d'ondes en décomposant celle-ci en une somme de la forme $\Sigma\Phi_{i_1\ldots i_n}$, de telle sorte que l'on ait $\mathfrak{A}^{(p)}\Phi_{i_1\ldots i_n}=\lambda_{i_p}^{(p)}\Phi_{i_1\ldots i_n}$, et en faisant dans $\Phi_{i_1\ldots i_n}$ la substitution à coefficients numériques obtenue en remplaçant $\mathfrak{A}^{(p)}$ par sa valeur propre $\lambda_{i_p}^{(p)}$. Par suite de la linéarité des opérateurs de dérivation, on peut montrer que les formules de transformation des opérateurs de dérivation, par rapport aux coordonnées, se déduisent des formules de changement de coordonnées de la même manière que si les coefficients qui y figurent étaient des nombres.

2. On pourrait considérer plus généralement un changement de variables contenant des relations opératorielles de la forme $A=A'$, A et A' étant les expressions d'un certain opérateur dans les deux systèmes de référence, en faisant correspondre, à chaque fonction propre de A, la fonction propre de A'

(¹) Séance du 25 février 1946.

(²) *Journ. de Physique*, 7ᵉ série, 8, 1937, 1937, p. 149.

(³) J.-L. Destouches, *Cinétique opératorielle*, Paris.

correspondant à la même valeur propre. De cette manière, la substitution que subissent les composantes de la fonction d'ondes d'un électron de Dirac, par exemple, pourrait se représenter symboliquement par un changement de coordonnées, en assimilant à des coordonnées supplémentaires certains opérateurs agissant sur les indices des composantes de la fonction d'ondes.

3. Étant donné un opérateur A ayant un spectre continu, on peut définir un opérateur dit de *dérivation* par rapport à A.

Si l'on donne à A un accroissement ε, le changement de variable $A' = A + \varepsilon$ fait correspondre à une fonction Φ une fonction Φ', et l'on peut poser

$$\frac{\partial}{\partial A}\Phi = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\Phi' - \Phi}{\varepsilon}.$$

Si le développement de Φ suivant les fonctions propres de A est de la forme

$$\Phi = \int c(\alpha)\varphi_\alpha \, d\alpha,$$

nous trouvons

$$\frac{\partial}{\partial A}\Phi = -\int c(\alpha)\frac{\partial}{\partial \alpha}\varphi_\alpha \, d\alpha = \int \frac{\partial}{\partial \alpha} c(\alpha)\varphi_\alpha \, d\alpha.$$

Si A est une coordonnée x_i, on vérifie que l'opérateur $\partial/\partial x_i$, ainsi défini, a bien la forme voulue. En prenant pour A l'opérateur $p_{x_i} = -(h/2\pi i)(\partial/\partial x_i)$, on retrouve aussi le résultat connu

$$\frac{\partial}{\partial p_{x_i}} = \frac{h}{2\pi i} x_i.$$

A partir des développements de Φ, $\partial\Phi/\partial A$ et $A\Phi = \int \alpha c(\alpha)\varphi_\alpha \, d\alpha$, on peut montrer que l'on a d'une manière générale la relation

$$\left(\frac{\partial}{\partial A} A - A \frac{\partial}{\partial A}\right) = 1,$$

comme lorsque A est une coordonnée ordinaire.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur la détermination graphique des trajectoires électroniques dans un champ électrique donné*. Note [1] de M. **René Musson-Genon**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Introduction. — Dans le cas de mouvements plans, la détermination des trajectoires électroniques, lorsque le potentiel est connu, se fait en général en utilisant une construction graphique analogue à la méthode de Huyghens de l'optique. Je me propose de discuter la précision que l'on peut atteindre et d'indiquer une méthode de correction permettant de l'accroître.

---

[1] Séance du 4 mars 1946.

2. Description de la construction. — Soient S_1 et S_2 les équipotentielles de potentiels φ_1 et φ_2. Une trajectoire T les traverse en A_1 et A_2 avec les vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ [$V = K\sqrt{\varphi}$ pour un choix convenable de l'origine des φ]; A_1, $\vec{V}_1$ et $|V_2| = K\sqrt{\varphi_2}$ sont supposés connus; la construction doit donner A_2 et $\vec{V}_2$. Soient A_1N la normale à S_1, C_1 et C_2 les cercles de centre A_1 et de rayons respectivement proportionnels à $\sqrt{\varphi_1}$ et $\sqrt{\varphi_2}$. $\vec{V}_2$ est déterminé par le fait que $B_1B'_1$ est parallèle à A_1N (*fig.* 1). Pour la vitesse moyenne entre A_1 et A_2 l'on prend $\vec{V}_m$ tel que $2\vec{V}_m = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$. De A_1 et $\vec{V}_m$ on déduit A_2 aisément. Cette construction donne *exactement* la trajectoire dans le cas d'un champ uniforme; en général, elle n'est qu'approchée et revient à faire une *approximation* parabolique sur la trajectoire entre S_1 et S_2.

3. Discussion de la précision. — $|V_2|$ est exactement connu; on ne fait une erreur que sur sa direction; cette erreur se répercute sur A_2. Soit ΔV_y l'erreur sur la composante de $\vec{V}_2$ suivant l'équipotentielle, i_1 l'angle d'incidence, R_1 et R'_1 les rayons de courbure en A_1 de l'équipotentielle et de la ligne de force; en développant φ_1 près de A_1, en série des coordonnées on peut calculer la partie principale de ΔV_y en fonction de grandeurs ayant toutes une signification géométrique simple et, partant, se déduisant aisément du graphique des potentiels (*fig.* 1)

(1) $$\Delta V_y \sim \frac{1}{2} B_1 B'_1 \left[\frac{\Delta x_1}{R'_1} - \frac{\Delta x_1}{R_1} \tang i_1 \right].$$

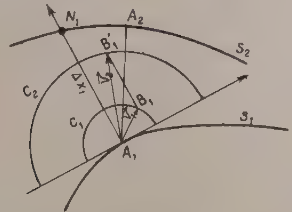


Fig. 1.

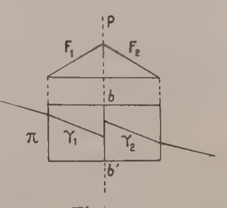


Fig. 2.

4. Mode opératoire. — Les résultats précédents peuvent être exploités de deux façons différentes :

a. On utilise un nombre restreint d'équipotentielles; *l'erreur théorique* due à la méthode elle-même est grande par rapport aux *erreurs graphiques*; la formule (1) permet de la corriger de façon satisfaisante.

b. Si l'on ne veut pas faire cette correction, on prend des équipotentielles très voisines; les erreurs théoriques diminuent et les erreurs graphiques se multiplient. *Jusqu'où faut-il aller dans cette voie ?*

Soient S_1 et S_2 deux équipotentielles *assez voisines*; l'erreur sur $\vec{V}_2$ résulte de l'erreur théorique (E_1) de l'erreur graphique sur la détermination de la normale (E_2) et de l'erreur graphique relative au report de chaque point (E_3).

Au lieu d'appliquer la construction de S_1 à S_2, on peut faire intervenir des équipotentielles intermédiaires S_1, S', S^2, ..., S^{n-1}, S_2 en considérant les erreurs maxima, cette substitution a pour effet de diviser E_1 par n; elle laisse E_2 inchangé et multiplie E_3 par n. L'erreur totale sur $\vec{V}_2$ (en supposant A_1 et $\vec{V}_1$ exactement connus) est minimum lorsque n est tel que l'erreur E_1 totale est sensiblement égale à l'erreur graphique E_2 totale. J'ai adopté comme règle pratique d'opérer dans ces conditions.

Pour réduire autant que possible l'erreur E_2, j'ai été amené à opérer de la façon suivante : soit π un prisme droit dont la section droite est un triangle isocèle (P est un plan de symétrie) (*fig.* 2); je place P sur la portion de plan entourant A_1 de S_1, l'œil étant dans P (ce qu'on peut assurer avec précision grâce à un montage simple). S_1 donne à travers les deux faces F_1 et F_2 deux arcs de courbes γ_1, γ_2 dont l'ensemble n'est continu que si l'arête b, b' du prisme est normale à S_1. Cette méthode permet de déterminer la normale avec une grande précision.

Remarque. — Si $\vec{V}_1 = 0$ la méthode de correction indiquée ne s'applique pas; on admet qu'au début de son mouvement l'électron suit la ligne de force et l'on fait sur $\vec{V}_2$ une correction par une formule différente de (1) mais du même type.

5. Conclusion. — Les méthodes pratiques indiquées permettent de déduire, de la carte des potentiels (déterminée à la cuve par les méthodes habituelles), les trajectoires avec une approximation suffisante dans le cas où la charge d'espace n'intervient pas. Dans le cas contraire, on doit opérer par approximations successives ([2]), chaque approximation comportant une détermination des trajectoires par application de ce qui vient d'être exposé.

ASTRONOMIE MÉTÉORIQUE. — *Sur la constitution du courant des Perséides.*

Note ([1]) de M. **Georges Guigay**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Les caractères essentiels des Perséides, mis en évidence par W. F. Denning grâce à trente années d'observation (1869-1899) sont :

1° grande largeur du courant que la Terre traverse du 11 juillet au 19 août;

2° invariabilité de la latitude β du radiant et de la différence $\lambda - \odot$ entre sa longitude λ et la longitude du Soleil. On a toujours : $\lambda - \odot = -77°$, $\beta = +38°$.

Nous avons déterminé les orbites des météores rencontrant la Terre entre le 11 juillet et le 19 août et ayant pour radiants ceux de Denning. Toutes ces orbites ont été représentées sur une épure dans laquelle le plan horizontal est

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 274.

([1]) Séance du 18 mars 1946.

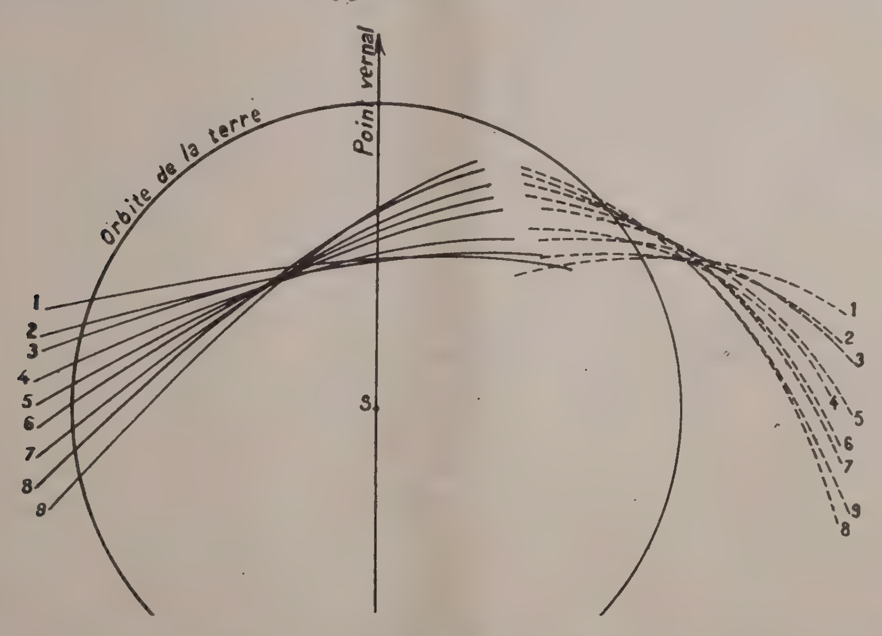
le plan de l'écliptique et la ligne de terre la droite joignant le Soleil au point vernal (nous avons choisi l'écliptique et l'équinoxe 1883,0). N'ayant aucune indication sur la période de résolution à attribuer aux météores, nous avons fait le calcul dans trois hypothèses.

1° période uniforme de 108 ans (généralement admise pour la partie la plus dense du courant, rencontrée le 10 août);

2° période infinie;

3° période uniforme de 54 ans.

La figure représente l'épure relative au cas des orbites paraboliques. Les numéros 1, 2, 3, ..., 9 correspondent aux dates suivantes : juillet 11, 15, 20, 25, 31, août 5, 10, 15, 19. Les caractères essentiels de l'épure ne sont pas modifiés dans les deux autres hypothèses.



Les orbites ainsi représentées s'entre-croisent dans une région limitée de l'espace, située en dehors de l'écliptique, dont le centre P aurait sensiblement pour coordonnées

longitude 28°,9 latitude 65°,3 rayon vecteur 1,217.

L'orbite de la comète 1862 III, génératrice des Perséides passe par ce point dont l'anomalie vraie est — 55°.

Une telle disposition des orbites fait penser à un éclatement ou à une dissociation partielle de la comète génératrice à la suite de phénomènes internes (comme les éjections nucléaires de Bredichine) ou à une rencontre avec une météorite, suivant les idées d'Orlov (²).

(²) *Evolution and Origin of comets* (*Astronomical Journal of Soviet Union*, 16, 1).

Nous avons également traité le problème inverse, cherchant quel serait le radiant apparent d'un météore dont l'orbite passerait par le point P et qui rencontrerait la Terre en un point donné de son orbite. Le problème comporte une indétermination, car, par deux points, on peut faire passer une infinité de coniques, mais à chaque conique correspondent une période de révolution et un radiant. Si l'on fait le calcul pour les positions occupées par la Terre les 11, 21 et 31 juillet et le 19 août, on constate que les radiants correspondant à des orbites paraboliques satisfont sensiblement à la condition $\lambda - \odot = -77^\circ$, $\beta = +38^\circ$. Par contre, dès que l'on s'éloigne, même légèrement de la position correspondant aux orbites paraboliques, on tombe sur des orbites hyperboliques ou à courtes périodes, comme le montre le tableau ci-dessous :

x.	$\lambda - \theta$.	β.	Période.	x.	$\lambda - \theta$.	β.	Période.
	11 juillet.				21 juillet.		
	°	°	a		°	°	a
−1,5.......	−93,1	+33,7	1,186	−1,5.......	−92,9	+33,7	1,228
−1,4.......	−85,7	+35,5	1,952	−1,4.......	−85,7	+35,5	2,081
−1,3.......	−77,7	+36,9	10,829	−1,3.......	−78,5	+37,0	13,211
−1,2663....	−75,1	+37,4	∞	−1,2697....	−76,2	+37,4	∞
−1,2.......	−69,9	+38,1	hyp	−1,2.......	−71,2	+38,2	hyp
	31 juillet.				19 août.		
−1,5.......	−93,8	+33,6	1,197	−1,4.......	−92,3	+35,9	1,370
−1,4.......	−87,2	+35,5	1,931	−1,3.......	−86,2	+37,5	2,638
−1,3.......	−80,3	+37,2	8,353	−1,23......	−81,8	+38,8	9,307
−1,2566....	−77,3	+37,8	∞	−1,1887....	−79,1	+39,6	∞
−1,2.......	−73,4	+38,6	hyp	−1,18......	−78,7	+39,7	hyp

Ce résultat permet d'expliquer les caractères essentiels des Perséides pourvu que la dissociation de la comète génératrice soit très ancienne. Dans ce cas, tandis que les météores hyperboliques se sont éloignés du système solaire, les météores à courtes périodes se sont éliminés peu à peu, soit par chutes sur la Terre, soit par suite de chocs mutuels lors de leurs retours en P, chocs qui les ont jetés sur des orbites ne rencontrant plus l'orbite terrestre. Seuls, ont pu substituer jusqu'à nos jours, les météores à très longues périodes ; or ces météores satisfont à la condition $\lambda - \odot = -77^\circ$, $\beta = +38^\circ$.

Mentionnons encore que plusieurs orbites cométaires s'approchent de l'orbite de la comète 1862 III au voisinage du point P : la comète 1825 II (parabolique) à 0,02 unité astronomique, le pied de la perpendiculaire commune ayant, sur l'orbite de 1862 III, une anomalie vraie $\theta = -47^\circ,5$, la comète 1826 V (parabolique) à 0,045 U. A. avec $\theta = -67^\circ$, la comète 1877 III, de 10719 ans de période, à 0,060 U. A. avec $\theta = -58^\circ,6$, et la comète 1932 V de 302,5 ans de période à 0,071 U. A. avec $\theta = -51^\circ,5$.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les grandes parallaxes et les étoiles doubles à mouvement très lent.* Note [1] de M. **David Belorizky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Soit r la distance, θ l'angle de position dans un système binaire. L'intégrale des aires dans le plan de l'orbite apparente s'écrit

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = na^2\sqrt{1-e^2}\cos i,$$

où n est le moyen mouvement, a le demi-grand axe, e l'excentricité et i l'inclinaison du plan de l'orbite réelle.

On a toujours

$$a(1+e) \geq r \geq a(1-e)\cos i.$$

En tenant compte de la relation $n^2a^3 = \mu = f\text{M}$, où f est la constante de la gravitation et M la somme des masses du couple, on trouve les inégalités

$$\mu^{\frac{1}{3}}(1+e)^{\frac{1}{3}}\cos^{\frac{1}{3}} i\left(\frac{dt}{d\theta}\right)^{\frac{2}{3}} \geq r \geq \mu^{\frac{1}{3}}(1-e)^{\frac{1}{3}}\cos^{\frac{2}{3}} i\left(\frac{dt}{d\theta}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

2. Considérons les couples très lents : ceux dont la variation de l'angle de position ne dépasse pas 1° en vingt ans. Alors, en faisant varier i et e et en admettant $\text{M} = 2$, on trouve, si la parallaxe p est supérieure ou égale à $0'',04$, $r > 5''$, dans les cas suivants : si $i \leq 60°$, tant que e ne dépasse pas 0,9; si $i = 70°$, tant que e ne dépasse pas 0,8. Et si, enfin, $i = 80°$, tant que e ne dépasse pas 0,5. Les orbites où l'on a, *à la fois* l'excentricité dépassant 0,8 et l'inclinaison dépassant 70° ne doivent pas être nombreuses. Ainsi nous pouvons dire que, si dans un couple la variation de l'angle de position est inférieure ou égale à 1° en vingt ans et si la parallaxe $p \geq 0''04$, *en général* la distance sera plus grande que $5''$.

Afin de nous en rendre compte, nous avons considéré les couples physiques se trouvant dans le *Catalogue of bright stars* de Schlesinger et dans la liste de parallaxes trigonométriques de 650 étoiles, publiée par *Leander Mc Cormic Observatory* (1940).

Parmi 353 étoiles du Catalogue de Schlesinger, de parallaxes supérieures ou égales à $0'',04$, il y a 130 étoiles doubles dont 33 spectroscopiques et 97 visuelles. Parmi ces dernières on trouve 24 couples, où $d\theta/dt$ ne dépasse pas 1° en 20 ans. Si l'on ramène les distances de ces étoiles à la parallaxe $0'',04$, on trouve qu'un seul couple a la distance de $3''$, mais d'après Burnham les angles de position de ce couple sont discordants. *Tous les autres couples ont des distances dépassant* $5''$.

De même, dans la liste de Mc Cormic Observatory, il se trouve 44 couples,

[1] Séance du 1er avril 1946.

parmi lesquels 19 ont des parallaxes $p \geqq 0'', 04$. 13 parmi ces derniers satisfont à notre condition. Tous ces *couples ont des distances supérieures à* 5″, quand on les ramène à la parallaxe de 0″,04. On trouve parmi ces couples un couple de magnitude 11,3 — 11,9 distant de 17″ et un couple de magnitude 9,7 — 9,8 distant de 20″.

3. Or les chercheurs d'étoiles doubles emploient pour les chercher, en général, la formule $\log r = 2,5 - 0,2m$, m étant la magnitude de l'étoile principale. Dans ces conditions, on ne s'occupe des couples, dont la distance dépasse 5″, que si l'étoile principale est plus brillante que la 9e magnitude. Il est naturel qu'on cherche des couples les plus serrés, dans l'espoir de trouver des mouvements orbitaux rapides. Malheureusement, pour 17180 couples du Catalogue de Aitken, il n'y a que 132 orbites déterminées.

D'après ce qui précède, *contrairement à ce qu'on aurait pu supposer*, on peut tirer parti des couples distants, dont le mouvement est très lent. Ces couples peuvent servir de critères pour la détermination de *grandes parallaxes*. D'autant plus qu'on peut utiliser dans ce but la photographie et, en particulier, la Carte du Ciel. On n'a alors qu'à rechercher les couples dont la distance est comprise entre 5″ et 150″ et dont les composants ont le *même mouvement propre*. Ces couples seront tout désignés pour la détermination des parallaxes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les expanseurs, cas particuliers et applications.* Note de M. **Jacques Courtois**.

Rappelons [1] que *l'expanseur* $(\vec{a})^u$ a pour composantes tous les monomes

$$A_{n_l, n_i} = (a^l)^{n_l} \Pi_{i \neq l} (a^i)^{n_i} \quad \text{avec} \quad n_l + \Sigma_i n_i = u;$$

u est un exposant réel ou complexe quelconque, l'indice l désigne un axe de coordonnées déterminé, les n_i prennent toutes les valeurs entières positives ou nulles. Le produit scalaire est tel que $(\vec{a})^u . (\vec{b})^u = (\vec{a} . \vec{b})^u$.

1. *La direction d'un vecteur* $\vec{a}$ est caractérisée par $(\vec{a})^0$. La direction de la tangente à la trajectoire d'un point $M(t)$, par

$$(\overrightarrow{dM})^0 = \left(\frac{\overrightarrow{dM}}{dt}\right)^0$$

dont les composantes sont $\Pi_i (dx^i / dx^l)^{n_i}$.

En relativité restreinte, $(\overrightarrow{dM})^0$ représente la *vitesse* du point M. On notera que dx/dt, dy/dt, dz/dt ne sont plus les composantes d'un vecteur et ne peuvent être séparés du reste de l'expanseur.

---

(1) Cf. P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A. **183**, 1945, p. 284; J. Courtois, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 377 et 480.

2. *Une période* (²) est définie par $\vec{k}.\Delta\vec{r} = 1$.

Sur une droite $\vec{r} = \rho\vec{a}$, la période est

$$\Delta\vec{r} = (\vec{k}.\vec{a})^{-1}\vec{a} = [(\vec{k})^{-1}.(\vec{a})^{-1}]\vec{a}. \tag{1}$$

D'une façon générale, nous appellerons *projection d'un expanseur* (*ou tenseur*) A, d'ordre u, sur la direction d'un vecteur $\vec{a}$, *l'expanseur* (*ou tenseur*) *d'ordre-u*

$$\text{proj}_{\vec{a}}\text{A} = [\text{A}.(\vec{a})^{u}](\vec{a})^{-u},$$

(1) s'écrit alors

$$\Delta\vec{r} = \text{proj}_{\vec{a}}\lambda \quad \text{avec } \lambda = (\vec{k})^{-1}. \tag{1'}$$

Une longueur d'onde est une période dans l'espace, ou plutôt provient d'une période dans l'espace-temps. Les formules de M. L. de Broglie s'écrivent $\lambda = h(\vec{\text{P}})^{-1}$, $\vec{\text{P}}$ désignant dans l'espace-temps le vecteur impulsion-énergie.

Une vitesse de phase, au point de vue non-relativiste, est également de la forme $\mathfrak{V} = (\vec{k})^{-1}$. Suivant une droite, la vitesse de phase est $\vec{\mathfrak{V}} = \text{proj}_{\vec{a}}\mathfrak{V}$. Pour un observateur se déplaçant avec la vitesse $\vec{\text{V}}$, la *vitesse de phase apparente est* $\mathfrak{V}_a = \mathfrak{V} - \text{proj}_{\vec{k}}\vec{\text{V}}$. Ces formules sont *purement expansorielles* et ne font intervenir ni vecteur unitaire, ni valeur absolue, ni artifice analogue.

3. *Énergie potentielle d'un système de particules.* — Considérons un système de particules P_i, d'énergie potentielle

$$\text{U} = \Sigma_i m_i c^2 + \Sigma_{(i,j)} \frac{e_i e_j}{r_{ij}}.$$

Soit $\vec{\text{P}}$ le vecteur formé par les coordonnées pentasphériques du point P :

$$\text{X}_0 = 1, \quad \text{X}_1 = x, \quad \text{X}_2 = y, \quad \text{X}_3 = z; \quad \text{X}_4 = x^2 + y^2 + z^2$$

avec

$$g_{04} = g_{40} = 1, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -2,$$

les autres $g_{\mu\nu}$ étant nuls. On a

$$\vec{\text{P}}_i.\vec{\text{P}}_j = r_{ij}^2.$$

En prenant

$$\text{A}_i = e_i(\vec{\text{P}}_i)^{-\frac{1}{2}},$$

il vient

$$\text{A}_i.\text{A}_j = \frac{e_i e_j}{r_{ij}}.$$

(²) Nous ne parlons que du cas le plus simple. Une période peut aussi, par exemple, être un vecteur.

A_i^2 serait infini. Nous prendrons maintenant pour $\vec{P}$

$$X_i = x^2 + y^2 + z^2 + \varepsilon,$$

en conservant les autres relations, et nous identifierons $A_i^2 = e_i^2\, \varepsilon_i^{-\frac{1}{2}}$ avec $2 m_i c^2$, ce qui donne, à des infiniment petits près,

$$U = \frac{1}{2} A^2,$$

avec

$$A = \Sigma_i A_i, \qquad \varepsilon_i = \left(\frac{e_i^2}{2 m_i c^2}\right)^2.$$

$\vec{P}_i$ est constitué par les coordonnées pentasphériques d'une sphère imaginaire de centre P_i et de rayon $i\,(e_i^2/2m_i c^2)$.

Nous nous sommes placé dans le cas des *particules électrisées*; l'énergie propre peut être égalée (au facteur 2 près) à la limite de l'énergie mutuelle de deux particules identiques voisines, car elle a le même signe; il y a coutinuité analytique sans aucune singularité. Dans le cas de la *gravitation* pure, il n'en est pas ainsi.

PHYSICO-LOGIQUE. — *Signification profonde du principe de décomposition spectrale.* Note de Mme **Paulette Destouches-Février.**

On peut poser qu'une théorie physique a pour but principal de calculer, à partir de résultats de mesures initiales, des prévisions pour les résultats de mesures ultérieures, prévisions qui s'expriment en général sous la forme de probabilités. Pour calculer de la façon la plus commode ces probabilités, un formalisme général, dit *théorie générale des prévisions*, a été construit par M. J.-L. Destouches [1]. Dans ce formalisme, sans aucune hypothèse physique, une généralisation du principe de décomposition spectrale est valable : les probabilités s'expriment comme une puissance $k^{\text{ième}}$ de l'amplitude de la composante dans le développement spectral, k étant un nombre réel positif, non nécessairement entier

$$\mathfrak{p}(\mathcal{E}_{B,i}) = |c_i|^k \qquad (k > 0).$$

A partir de ce formalisme, nous avons montré [2] qu'une multiplicité linéaire dans un certain espace abstrait ($\mathcal{Y}$) pouvait être associée à chaque résultat de mesure.

D'autre part, les énoncés de résultats de mesures peuvent être joints entre eux par les conjonctions *et* et *ou* (avec deux sens, fort et faible, pour la

---

(1) *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, Paris, 1941; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, **2**, Paris, 1942.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 481-483; *Thèse de Doctorat*, Paris, 1945.

conjonction *ou*) et peuvent être affectés de la négation, de façon à former un calcul des propositions qui est isomorphe au calcul de composition des multiplicités linéaires de l'espace (Y). Ce calcul des propositions constitue un *treillis complémenté* (*lattice complemented*) ([3]), lequel forme une algèbre de géométrie projective qui est décomposable en une somme directe d'algèbres de géométrie projective irréductibles et d'une algèbre de Boole. Dans une théorie physique objectiviste (théorie classique), ce treillis se réduit à une algèbre de Boole. Dans une théorie subjectiviste il n'y a pas de terme d'algèbre de Boole; s'il n'y a pas de grandeur neutre, le treillis est une algèbre de géométrie projective irréductible.

En utilisant un théorème de MM. Birkhoff et von Neumann ([4]), à condition de supposer que l'axiome des chaînes de diviseurs (*teilerkettensatz*) est valable, si le calcul des multiplicités constitue un treillis complémenté, il existe une forme hermitienne invariante dans l'espace ($\mathcal{Y}$); il en résulte un certain théorème de Pythagore généralisé sur les triangles. D'autre part il existe une relation dans les triangles en vertu de l'expression des probabilités à partir des composantes (règles en $|c_i|^k$), comme il a été indiqué plus haut. Or il est facile d'établir qu'il ne peut exister deux relations dans les triangles de degrés différents. Comme ici il en existe une de degré 2 et une de degré k, il en résulte que $k=2$. Il s'ensuit que *dans une théorie subjectiviste le principe de décomposition spectrale* ($k=2$) *est valable*. La démonstration précise fait intervenir des conditions accessoires que nous indiquerons ailleurs.

Ainsi le principe de décomposition spectrale des mécaniques ondulatoires est une conséquence des hypothèses suivantes : 1° une théorie physique a pour but de calculer des prévisions à partir de mesures initiales; 2° la théorie considérée est subjectiviste (c'est-à-dire que les résultats de mesures sont des propriétés du complexe appareil-système et ne peuvent être considérés comme des propriétés intrinsèques du système observé); 3° les énoncés de résultats de mesures peuvent être composés entre eux suivant les règles d'un calcul des propositions convenable comprenant une négation (possibilité de nier un énoncé). Ceci fait comprendre la signification profonde du principe de décomposition spectrale.

Il n'y a donc que deux types de théories physiques : les théories objectivistes ($k=1$, cas des théories classiques), et les théories subjectivistes ou théories ondulatoires qui obéissent au principe de décomposition spectrale ($k=2$, cas des théories quantiques). Il ne peut exister de théorie subjectiviste avec $k \neq 2$. Le principe de décomposition spectrale apparaît ainsi comme une conséquence directe de la subjectivité.

Nous avons montré qu'une théorie comportant le principe de décomposition

---

([3]) P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **221**, 1945, pp. 287-288.

([4]) *Annals of Math.*, **36**, 1936, p. 636.

spectrale avec des grandeurs non simultanément mesurables était nécessairement subjectiviste (⁵). On voit ici que, réciproquement, une théorie subjectiviste comporte le principe de décomposition spectrale.

MESURES PHYSIQUES. — *Dispositif de balayage utilisable avec tous les appareils de mesures à spot lumineux*. Note de M. **Frantz Perrier**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nombreuses mesures au laboratoire consistent à repérer la position d'un spot lumineux sur une échelle linéaire et à en suivre les déplacements. Cette méthode conduit à tracer point par point des courbes que l'on obtiendrait dans leur ensemble si le spot se déplaçait dans un plan. Il suffit, pour obtenir ce déplacement dans un plan, d'imposer au faisceau qui tombe sur le miroir de l'appareil de mesures un déplacement parallèle à l'axe de rotation du miroir et proportionnel à la valeur de la variable en fonction de laquelle on étudie la grandeur mesurée. Je me propose d'indiquer le principe d'appareils réalisant ce but et dont les caractéristiques sont : balayage du faisceau incident et asservissement de l'une des variables au dispositif de balayage.

1° Éclairons le miroir de l'appareil de mesures par une source linéaire parallèle à l'axe de rotation du miroir, verticale pour fixer les idées. Limitons la partie utile de la source par une fente oblique ou par le bord d'un écran (que j'appellerai *de balayage* pour éviter les confusions); nous obtenons dans le plan d'observation un point lumineux ou une portion de droite dont une extrémité correspond à l'intersection de la source et de l'écran de balayage. La position de cette extrémité (ou celle du point lumineux) est fonction de deux variables, la rotation du miroir et l'intersection de la source avec l'écran de balayage ou avec la fente. Quand ces deux variables changent simultanément, on obtient une courbe dans le plan d'observation.

2° Dans le cas particulier où l'une des variables est le temps, l'application des principes précédents donne les deux types suivants d'appareils :

a. Un écran demi-cylindrique, percé d'une fente hélicoïdale, est suspendu à un pendule de torsion. Interposé entre le miroir et la source linéaire, contre cette dernière, il produit un balayage sinusoïdal. Il suffit de changer la forme de la courbe de la fente pour changer la loi de balayage;

b. Un moteur à vitesse uniforme porte un disque dont le contour, servant d'écran de balayage, est découpé suivant une ou plusieurs portions identiques de spirale d'Archimède. Cet appareil réalise un balayage linéaire en dents de scie;

3° Si la variable n'est pas le temps, il suffit de l'asservir à l'oscillation du pendule ou à la rotation du moteur et de déterminer suivant la loi de cet asservissement, la forme de la fente ou le contour de l'écran de balayage;

(⁵) *Thèse*, Paris 1945.

4° Les systèmes décrits ci-dessus présentent sur le balayage par miroirs tournants d'importants avantages : installation plus facile, aucune déformation des images, obtention d'une courbe de balayage de forme quelconque, construction aisée au laboratoire.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une formule rigoureuse du rapport d'atténuation dans un filtre.* Note de M. **Pierre Marié.**

Dans de nombreux problèmes concernant le filtrage des vibrations interviennent deux séries de variables

$$x_0, \quad x_1, \quad \ldots, \quad x_p, \quad \ldots, \quad x_n;$$
$$y_1, \quad \ldots, \quad y_p, \quad \ldots, \quad y_n$$

liées par des relations

$$(1) \qquad \begin{cases} x_{p-1} = S_{11}x_p + S_{12}y_p \\ y_{p-1} = S_{21}x_p + S_{22}y_p \end{cases} \qquad \text{avec } S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1$$

et des conditions aux limites $x_1 = x_0 - z_0 y_1$ et $x_n = z_n y_n$. A titre d'exemple les x pourront représenter en notation complexe des tensions, les y des intensités et les z des impédances. L'élimination des y nous conduira à un système en x

$$(2) \qquad \begin{cases} \alpha x_1 - x_2 = \dfrac{S_{12}}{z_0} x_0, \\ -x_1 + \mu x_2 - x_3 = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -x_{p-1} + \mu x_p - x_{p+1} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -x_{n-1} + \beta x_n = 0, \end{cases}$$

avec

$$\mu = S_{11} + S_{22}; \qquad \alpha = S_{22} + \frac{S_{12}}{z_0}; \qquad \beta = S_{11} + \frac{S_{12}}{z_n}.$$

Le déterminant principal, d'ordre n, que nous noterons $\Delta_n(\alpha\mu\beta)$, peut s'exprimer à l'aide de polynomes électrosphériques [1], il vient

$$\Delta_n(\alpha\mu\beta) \equiv \alpha\beta\, D_{n-2}(\mu) - (\alpha + \beta)\, D_{n-3}(\mu) + D_{n-4}(\mu),$$

D_p désignant le polynome électrosphérique d'ordre p en μ. En posant $\mu = \nu + (1/\nu)$, on sait que l'on a

$$D_p(\mu) = \frac{\nu^{p+1} - \dfrac{1}{\nu^{p+1}}}{\nu - \dfrac{1}{\nu}}.$$

---

(1) Maurice Parodi, *Mémorial des Sciences physiques*, **97**, 1944, p. 1.

d'où l'on tire

$$\Delta_n(\alpha\mu\beta) \equiv \frac{\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right)}{\nu-\frac{1}{\nu}}\nu^{n-1}+\frac{(\nu-\alpha)(\nu-\beta)}{\frac{1}{\nu}-\nu}\frac{1}{\nu^{n-1}}. \tag{3}$$

Mettons en évidence les valeurs pour lesquelles l'un des termes s'annule en remarquant que

$$(\nu-\alpha)\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right) \equiv \alpha^2-\mu\alpha+1 \equiv \frac{S_{12}}{z_0^2}[S_{21}z_0^2-(S_{22}-S_{11})z_0-S_{12}],$$

et, en représentant par Z_0 et $-Z_n$ les racines en z_0 du polynome entre crochets, qui sont les impédances itératives, nous pouvons écrire

$$(\nu-\alpha)\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right) \equiv \frac{S_{13}S_{21}}{z_0^2}(z_0-Z_0)(z_0+Z_n).$$

Un calcul analogue donnera

$$(\nu-\beta)\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right) \equiv \frac{S_{12}S_{21}}{z_n^2}(z_n+Z_0)(z_n-Z_n).$$

Connaissant d'autre part les différences

$$(\nu-\alpha)-\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)=(\nu-\beta)-\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right)=\nu-\frac{1}{\nu},$$

nous pouvons calculer $(\nu-\alpha)$ etc. Compte tenu de la relation $Z_0 Z_n = S_{12}/S_{21}$, nous avons

$$\begin{cases} \nu-\alpha = S_{21}Z_n\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right), & \nu-\beta = S_{31}Z_0\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right), \\ \frac{1}{\nu}-\alpha = -S_{21}Z_0\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right), & \frac{1}{\nu}-\beta = -S_{21}Z_n\left(1-\frac{Z_0}{z_n}\right). \end{cases} \tag{4}$$

Nous en tirons $\nu - 1/\nu = S_{21}(Z_0+Z_n)$, et, si nous portons cette valeur et les solutions (4) dans (3), nous obtenons

$$\Delta_n(\alpha\mu\beta) = \frac{S_{12}}{Z_0+Z_n}\left[\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right)\left(1+\frac{Z_0}{z_n}\right)\nu^{n-1}+\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right)\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right)\frac{1}{\nu^{n-1}}\right].$$

Ces transformations permettent de calculer x_0/x_n; il vient

$$(-1)^n\frac{x_0}{x_n} = \frac{z_0}{Z_0+Z_n}\left[\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right)\left(1+\frac{Z_0}{z_n}\right)\nu^{n-1}+\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right)\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right)\frac{1}{\nu^{n-1}}\right].$$

Nous exprimons ainsi en toute rigueur le rapport d'atténuation produit par un filtre formé de $n-1$ quadripôles, d'impédances itératives Z_0 et Z_n lorsque ce filtre est fermé sur l'impédance z_n et que la source présente une impédance interne z_0.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur l'interprétation des équations de Maxwell.* Note (¹) de M. **Léon Bouthillon**, présentée par M. Jean Becquerel.

$\overline{E}$ et $\overline{D}$ désignant l'intensité du champ et l'induction électriques, $\overline{H}$ et $\overline{B}$ l'intensité de champ et l'induction magnétiques, i_l la densité du courant de conduction, ρ_l la densité de charge électrique libre, k_e et a_m des coefficients qui ne dépendent que du choix des unités, $[\nabla\overline{A}]$ et $(\nabla\overline{A})$ représentant respectivement le rotationnel et la divergence du vecteur $\overline{A}$, la forme classique des équations de Maxwell

$$(1)\qquad \begin{cases} [\nabla\overline{E}] = -\dfrac{\partial\overline{B}}{\partial t}, & [\nabla\overline{H}] = \dfrac{4\pi\overline{i_l}}{a_m} + \dfrac{\partial\overline{D}}{\partial t}, \\ (\nabla\overline{D}) = \dfrac{4\pi}{k_e}\rho_l, & (\nabla\overline{B}) = 0 \end{cases}$$

est justifiée du point de vue pratique, puisqu'elle ne met en jeu que des réalités physiques mesurables directement. Mais elle a l'inconvénient de masquer des entités mathématiques qui, pour échapper à nos sens grossiers, n'en sont pas moins importantes.

D'une part en effet le courant électrique de densité $\overline{i_l}$ qui circule dans les conducteurs n'est pas le courant total, qui comprend en outre le courant de densité $\overline{i_p}$ produit par la variation des charges électriques de polarisation des diélectriques et le courant de densité $\overline{i_a}$ des circuits particulaires d'Ampère.

De même, s'il n'existe pas de courants magnétiques libres, puisqu'il n'y a pas de charges magnétiques libres, il y a dans les substances magnétiques, à l'état variable, des courants magnétiques de polarisation, de densité $\overline{j_p}$, ainsi que les courants magnétiques des circuits particulaires, de densité j_a, dont la théorie ampérienne de l'électrostatique résumée dans une Note précédente (²) a démontré l'existence.

D'autre part, aux charges électriques libres de densité ρ_l s'ajoutent les charges de polarisation de densité ρ_p. De même, si la densité μ_l des charges magnétiques libres est nulle, il existe dans les substances magnétiques des charges d'aimantation de densité μ_p.

Les équations connues

$$\overline{E} = \overline{D} - 4\pi\overline{P}, \qquad \overline{H} = \overline{B} - 4\pi\overline{J},$$

où $\overline{P}$ et $\overline{J}$ sont respectivement la polarisation électrique et l'aimantation, donnent

$$(1)\qquad [\nabla\overline{E}] = [\nabla\overline{D}] - 4\pi[\nabla\overline{P}], \qquad [\nabla\overline{H}] = [\nabla\overline{B}] - 4\pi[\nabla\overline{J}],$$

(¹) Séance du 1er avril 1946.

(²) *Comptes rendus*, **214**, 1942, pp. 855-857.

et, d'après la théorie des circuits particulaires, électriques ou magnétiques,

$$[\nabla \overline{P}] = -\frac{1}{a_e}\overline{j}_a, \qquad [\nabla \overline{J}] = \frac{1}{a_m}\overline{i}_a.$$

La première équation est une conséquence de la théorie des diélectriques dans la théorie ampérienne de l'électrostatique, la seconde est une équation connue de la théorie des circuits particulaires d'Ampère. D'où, en portant dans les équations précédentes,

$$[\nabla \overline{E}] = [\nabla \overline{D}] + \frac{4\pi}{a_e}\overline{j}_a, \qquad [\nabla \overline{H}] = [\nabla \overline{B}] - \frac{4\pi}{a_m}\overline{i}_a.$$

D'autre part

(2) $$\frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{a_m}\overline{i}_p, \qquad \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} + \frac{4\pi}{a_e}\overline{j}_p.$$

La première équation est connue, la seconde lui correspond dans la théorie ampérienne de l'électricité.

On a encore, d'après la théorie de la polarisation (ou de l'aimantation),

(3) $$\begin{cases} (\nabla \overline{D}) = (\nabla \overline{E}) + 4\pi(\nabla \overline{P}) = (\nabla \overline{E}) - \dfrac{4\pi}{k_e}\rho_p. \\ (\nabla \overline{B}) = (\nabla \overline{H}) + 4\pi(\nabla \overline{J}) = (\nabla \overline{H}) - \dfrac{4\pi}{k_m}\mu_p. \end{cases}$$

Utilisant les relations (1), (2), (3), les équations (I) s'écrivent

(II) $$\begin{cases} -[\nabla \overline{D}] = \dfrac{4\pi}{a_e}(\overline{j}_a + \overline{j}_p) + \dfrac{\partial \overline{H}}{\partial t}, & [\nabla \overline{B}] = \dfrac{4\pi}{a_m}(\overline{i}_a + \overline{i}_p + \overline{i}_l) + \dfrac{\partial \overline{E}}{\partial t}; \\ (\nabla \overline{E}) = \dfrac{4\pi}{k_e}(\rho_p + \rho_l), & (\nabla \overline{H}) = \dfrac{4\pi}{k_m}\mu_p. \end{cases}$$

Mais

$\overline{j}_a + \overline{j}_p = \overline{j}$,	$\overline{j}$ étant la densité totale du courant magnétique;	
$\overline{i}_a + \overline{i}_p + \overline{i}_l = \overline{i}$,	$\overline{i}$ »	» électrique;
$\rho_p + \rho_l = \rho$,	ρ »	des charges électriques;
$\mu_p = \mu$,	μ »	» magnétiques;

de sorte que les équations (I) s'écrivent finalement

(III) $$\begin{cases} -[\nabla \overline{D}] = \dfrac{4\pi}{a_e}\overline{j} + \dfrac{\partial \overline{H}}{\partial t}, & [\nabla \overline{B}] = \dfrac{4\pi}{a_m}\overline{i} + \dfrac{\partial \overline{E}}{\partial t}, \\ (\nabla \overline{E}) = \dfrac{4\pi}{k_e}\rho, & (\nabla \overline{H}) = \dfrac{4\pi}{k_m}\mu. \end{cases}$$

Sous cette forme, à chaque terme d'une équation de gauche correspond un terme dans l'équation qui lui fait vis-à-vis à droite. Cependant, comme dans les équations (I), c'est $-\overline{B}$, induction magnétique, qui correspond à $\overline{D}$, induction électrique, et *vice versa*, du moment qu'on fait correspondre $\overline{H}$, intensité du

champ magnétique, à $\overline{E}$, intensité du champ électrique; $\overline{j}$, intensité du courant magnétique, à $\overline{i}$, intensité du courant électrique, et μ, charge magnétique à ρ, charge électrique.

Ainsi écrites, les équations de Maxwell ont le maximum de symétrie.

IONISATION DES GAZ. — *Sur la mobilité et la diffusion des ions.* Note de Mme **Éliane Montel**, présentée par M. Paul Langevin.

Soient I le courant périodiquement variable représenté par des ions tous identiques, de mobilité k, introduits dans un condensateur plan au niveau d'un des plateaux; i le courant recueilli par l'autre plateau lorsqu'une différence de potentiel constante $V = ha$ est maintenue entre les armatures distantes de a. D'après des résultats établis antérieurement [1] les amplitudes des harmoniques correspondants des courants i et I développés en série de Fourier sont reliés par l'expression simple

$$\frac{i_m}{I_m} = \frac{\sin\alpha_m}{\alpha_m} \quad \text{où} \quad \alpha_m = \frac{m\pi\alpha}{khT},$$

T étant la période du courant d'introduction.

Si on néglige la diffusion, et en supposant la densité spatiale des charges ρ assez petite pour qu'il n'y ait pas de déformation du champ, on obtient pour i un minimum nul chaque fois que la *longueur d'onde* khT/m de l'harmonique d'ordre m est contenue un nombre entier de fois dans la distance a.

Voyons ce que devient ce résultat si l'on tient compte de la diffusion. Les lois bien connues de mobilité et de diffusion, et le principe de conservation de l'électricité permettent d'obtenir les équations suivantes :

$$(1) \qquad \gamma = \rho v = kh\rho - D\frac{\partial\rho}{\partial x},$$

γ, densité du courant de convection à travers le plan d'abscisse x. Cette équation appliquée au plan $x = 0$ donne la densité du courant d'introduction I

$$(2) \qquad \frac{I}{S} = \left(kh\rho - D\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)_{x=0},$$

S, surface utile des plateaux.

La densité ρ doit satisfaire à l'équation différentielle

$$(3) \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + kh\frac{\partial\rho}{\partial x} - D\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2} = 0.$$

En utilisant la notation des imaginaires et en remarquant que, en raison du caractère linéaire de cette équation, chaque terme harmonique du courant i

(1) E. Montel, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1141; 218, 1944, p. 391.

dépend uniquement du terme correspondant du courant I, on obtient, comme conséquence de (2) et (3),

$$\frac{I_1}{S} = \left(kh\rho_1 - D\frac{d^2\rho_1}{dx^2}\right)_{x=0}, \tag{2'}$$

$$i\omega\rho_1 + kh\frac{d\rho_1}{dx} - D\frac{d^2\rho_1}{dx^2} = 0, \tag{3'}$$

I_1, γ_1, ρ_1, amplitudes imaginaires des termes harmoniques qui se correspondent dans I, γ et ρ; ρ_1 est fonction de la seule variable x.

Introduisons les variables réduites définies par

$$\xi = \frac{x}{a}, \qquad \theta = \frac{\omega a}{kh} = \frac{2\pi a}{kh\,T}, \qquad \varepsilon = \frac{D}{kha} = \frac{D}{kV} \tag{4}$$

et remarquons que, pour des ions monovalents, on a $D/k \sim 8,3.10^{-5}$; en admettant $V \sim 100$ volts/cm et $a \sim$ quelques centimètres, ce qui correspond aux conditions expérimentales prévues, on voit que $\varepsilon \sim 10^{-4} \ll 1$.

Avec les notations indiquées, (2′) et (3′) deviennent

$$\frac{I_1}{S} = kh\left(\rho_1 - \varepsilon\frac{d\rho_1}{d\xi}\right)_{\xi=0}, \tag{2''}$$

$$\varepsilon\frac{d^2\rho_1}{d\xi^2} - \frac{d\rho_1}{d\xi} - i\theta\rho_1 = 0. \tag{3''}$$

En tenant compte des conditions aux limites et de l'expression du courant i établie antérieurement ([1]), on obtient, pour le rapport des amplitudes imaginaires, des termes correspondants des courants i et I,

$$\frac{i_1}{I_1} = \frac{\left(\frac{1}{r} - \varepsilon\right)(1 - e^{-r}) - \left(\frac{1}{r'} - \varepsilon\right)(1 - e^{-r'})}{(1 - \varepsilon r)e^{-r} - (1 - \varepsilon r')e^{-r'}}. \tag{5}$$

En tenant compte du fait que ε est toujours très petit et en développant les racines de l'équation caractéristique suivant les puissances croissantes de ε, on obtient, après tous calculs effectués, l'expression du carré du module de (5)

$$\left|\frac{i_1}{I_1}\right|^2 = 2\left(\frac{1}{\theta^2} - \varepsilon + 4\varepsilon^2 + \frac{\theta^2\varepsilon^2}{2}\right)(1 - \cos\theta) - 4\theta\varepsilon^2\sin\theta + \theta^2\varepsilon^2. \tag{6}$$

Quand on ne tient pas compte de la diffusion, c'est-à-dire quand on suppose $\varepsilon = 0$, cette expression prend la valeur très simple

$$\left|\frac{i_1}{I_1}\right| = \left|\frac{2}{\theta}\sin\frac{\theta}{2}\right|,$$

qui s'annule pour $\theta = 2\pi.n$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

Lorsqu'on tient compte de la diffusion, et si l'on suppose que l'on fasse varier θ par l'intermédiaire du champ, c'est-à-dire que l'on ait, d'après les définitions (4), ε proportionnel à θ, l'expression (6) montre que $|i_1/I_1|$ passe

par une série de maxima et de minima quand θ augmente à partir de o, les minima ayant lieu encore chaque fois que θ est un multiple entier de 2π, c'est-à-dire que *a* contient un nombre entier de *longueurs d'onde*.

L'influence de la diffusion sur la position des minima est donc nulle au second ordre d'approximation en ε, c'est-à-dire complètement négligeable. Et c'est de cette position que se déduit la mesure de la mobilité *k*.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la viscosité des solutions salines.*

Note (1) de Mlle **Geneviève Sutra**, présentée par M. Paul Pascal.

M. Darmois a rappelé (2) l'attention sur l'augmentation de viscosité que produit la dissolution d'un sel dans l'eau. Si η est la viscosité de la solution, η_0 celle de l'eau, C la concentration molaire de la dissolution, les mesures donnent, pour l'augmentation relative de viscosité, un développement de la forme

$$\frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} = AC^{\frac{1}{2}} + BC + \ldots.$$

La théorie des électrolytes forts (Falkenhagen) prévoit un effet électrostatique des ions sur la viscosité; cet effet explique le premier terme. On peut calculer A à partir des conductibilités limites des ions et des valences. Wolfenden et ses collaborateurs ont proposé d'expliquer le deuxième terme par l'effet prévu par Einstein (1906) et utilisé déjà pour la viscosité des colloïdes; leurs considérations étaient restées qualitatives. M. Darmois a montré que B devait être égal à 0,0015 v, où v est le volume (en Å^3) des ions donnés par une molécule. Pour certains sels l'accord entre la théorie et l'expérience est convenable. Pour d'autres, par exemple pour les sulfates de Mg, Mn, Cd, l'accord est moins bon. Un développement limité aux deux premiers termes donne un terme A inférieur à celui calculé. Nous avons cherché à expliquer ce désaccord.

a. La théorie de Falkenhagen a été limitée jusqu'ici aux solutions infiniment étendues; elle doit donner pour les solutions plus concentrées des termes d'ordre supérieur à $C^{1/2}$. Nous avons recherché si, dans les approximations faites, un terme avait été négligé; on trouve ainsi un terme en $C \log C$, qui n'améliore pas l'accord et dont le coefficient n'est pas calculable.

Les calculs d'Einstein ont été également limités au premier terme qui s'écrit 2,5 φ, où φ est le rapport des volumes de la substance dissoute et du solvant. Nous avons repris les calculs et poussé jusqu'au deuxième terme; on trouve ainsi $-3,5\,\varphi^2$. Si $2,5\,\varphi = BC$, $3,5\,\varphi^2 = 0,56\,B^2C^2$.

c. Divers auteurs, en particulier Davies (1927-1930), ont pensé que certains électrolytes n'étaient pas dissociés autant qu'on l'avait supposé depuis l'appari-

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 290.

tion de la théorie de Debye et Hückel (1923). Nous avons calculé l'effet dû à cette dissociation incomplète. Pour un électrolyte du type SO_4Cd, en négligeant d'abord la correction d'activité, on peut calculer le degré de dissociation α en admettant la formule de dilution; on développe α en fonction de C. On admet ensuite que le terme de Falkenhagen est $A(\alpha C)^{1/2}$, celui d'Einstein étant $0,0915[\alpha v+(1-\alpha)v']C$, où v' est le volume de la molécule non dissociée. On trouve ainsi le développement : $AC^{1/2}+BC-(A/2K)C^{3/2}+\ldots$, K est la constante de la loi d'action de masse. Si l'électrolyte est du type SO_4Na_2, le terme nouveau est en $C^{5/2}$.

d. Les considérations précédentes ne permettent pas de prévoir un (A) expérimental inférieur au (A) théorique. Si l'on construit la courbe

$$\psi=\frac{\eta-\eta_0}{\eta_0\sqrt{c}}=A+BC^{1/2}+\ldots,$$

on constate qu'elle est à peu près droite pour SO_4Cd, si $\sqrt{c}>0,03$. On a alors $A=0,0116$ et $B=0,60$. Le (A) calculé est $0,0230$; $v=21^8$ Å^3; B calculé $=0,33$. En solution étendue, ψ montre un changement de courbure assez brusque vers $\sqrt{c}=0,02$. On peut alors supposer que, pour ces concentrations très faibles, SO_4Cd est dissocié partiellement; on devrait donc avoir $\psi=0,0230+0,33\,C^{1/2}-(0,023/2K)C$. Avec la valeur $K=0,0011$, on rend compte des mesures en solution éteudue. Cette valeur est de l'ordre de celles indiquées par Davies. Pour $\sqrt{c}=0,02$, elle conduit à $\alpha=0,78$. La partie *droite* doit correspondre à la présence en solution d'ions complexes. On pourrait avoir par exemple $2SO_4CD \rightleftharpoons (SO_4)_2Cd^{--}+Cd^{++}$; en appliquant à cet équilibre la loi d'action de masses, on trouve un α indépendant de la concentration en première approximation. Dans ces conditions les termes A et B sont constants, d'où la droite. On peut ajuster l'expérience et la théorie avec des hypothèses convenables.

On voit ainsi que certains électrolytes, présumés forts, sont loin d'être totalement dissociés en solution 0,0005 M; ils seraient même associés en solution 0,005 M.

RAYONS X. — *Absorption des électrons secondaires par des écrans minces.* Note (¹) de M. **Adrien Saulnier**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons précédemment montré que les électrons arrachés à une feuille de plomb par un rayonnement X de quantum élevé pouvaient être utilisés à la radiographie de préparations minces (²).

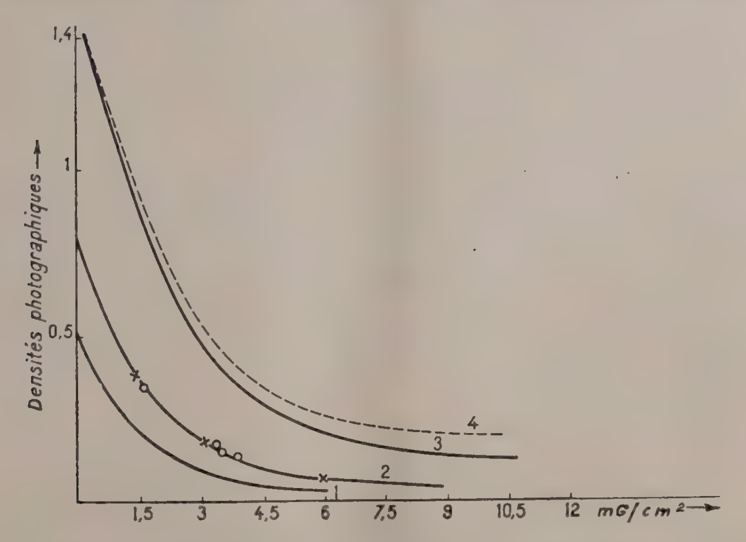
Nous avons utilisé le même dispositif à la mesure de l'absorption des électrons secondaires. Dans un châssis photographique ordinaire, on place une plaque

(¹) Séance du 18 mars 1946.

(²) A. Saulnier et J.-J Trillat, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 772.

de plomb de 2/10 de millimètre d'épaisseur, qui, soumise au rayonnement X, deviendra la source d'électrons. Sur cette plaque de plomb on juxtapose des écrans d'épaisseur connue; par exemple, une série de feuilles d'aluminium et de cellophane dont on a déterminé le poids au centimètre carré, on place ensuite un film photographique, du type utilisé en microradiographie, de telle sorte que l'émulsion soit au contact des échantillons. On ferme le châssis en serrant fortement. Le tout est exposé pendant quelques minutes au rayonnement issu d'un tube à tension constante. Les rayons X primaires ou secondaires ne provoquent qu'un très léger voile du film dont la sensibilité est faible. L'aluminium n'émet que peu d'électrons secondaires, leur action est négligeable. Les différences de noircissement du film caractérisent donc l'absorption des électrons secondaires du plomb par les différents écrans.

On photomètre les plages du cliché et l'on peut alors tracer la courbe des densités photographiques en fonction des épaisseurs traversées. La figure



1. 100 kV, 8 mA, 20 mn. — 2. 180 kV, 4 mA, 8 mn. — 3. 180 kV, 4 mA, 10 mn. — 4. 140 kV, 5 mA, 8 mn.
× Aluminium. ○ Cellophane.

représente de telles courbes pour des écrans d'aluminium et de cellophane d'épaisseurs comprises entre 4/1000 et 4/100 de millimètre. Elles sont relatives à des tensions aux bornes du tube à rayons X comprises entre 100 et 180 kV. On y remarque, en particulier, que les écrans d'aluminium ou de cellophane ne se distinguent pas par leur nature, leur absorption étant, en première approximation, fonction uniquement de leur densité.

L'intérêt principal de la méthode, outre sa grande simplicité, consiste en ce que l'on peut enregistrer en même temps et sur un même film, donc rigoureusement dans les mêmes conditions d'exposition et de développement, les images d'un très grand nombre d'écrans. Nous avons en effet utilisé dans nos expé-

riences un châssis 9 × 12 cm, qui offre déjà de larges possibilités, mais rien ne s'oppose à ce que l'on opère sur des surfaces encore plus considérables.

Nous avons pu ainsi réaliser, en rayonnement électronique, l'équivalent des méthodes de radioanalyse et microradioanalyse déjà utilisées dans le domaine des rayons X, obtenir des microdosages de préparations extrêmement minces et d'éléments légers et y mettre en évidence de très faibles variations d'épaisseur.

RAYONS X. — *Étude aux rayons X de certains esters chlorés d'acides gras.* Note [1] de MM. **Jean-Jacques Trillat** et **Jean Brenet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons examiné une série de quatre esters chlorés d'acides gras, à savoir le laurate, myristate, palmitate et stéarate de β-chloréthyle, préparés par combinaison des acides aliphatiques avec la monochlorhydrine du glycol; les formules de ces corps sont

$CH_3-(CH_2)_{10}-COO-(CH_2)_2Cl$ laurate de β-chlororéthyle
$CH_3-(CH_2)_{12}-COO-(CH_2)_2Cl$ myristate β »
$CH_3-(CH_2)_{14}-COO-(CH_2)_2Cl$ palmitate β »
$CH_3-(CH_2)_{16}-COO-(CH_2)_2Cl$ stéarate β »

En fondant une couche mince de ces corps sur une lame de verre, suivant la technique indiquée autrefois par l'un de nous [2], et en examinant les préparations par la méthode du cristal tournant (raie K_α du cuivre), on obtient des spectres d'une intensité remarquable, sur lesquels on peut observer parfois jusqu'à 17 ordres de réflexion successifs correspondant aux plans réticulaires parallèles à la lame de verre.

Le tableau suivant donne les valeurs des distances réticulaires pour chacun des quatre esters :

	Nombre d'atomes C de l'acide gras.	d_1 en Å.	d_2.	d_3.	Δd_1.
Laurate	12	38,6	3,6	3,8	–
Myristate	14	43,3	»	»	4,7 Å
Palmitate	16	47,9	»	»	4,6
Stéarate	18	52,6	»	»	4,7

Comme cela a lieu pour les corps organiques à longue chaîne (acides, alcools, esters, carbures etc.), on constate la présence d'une grande équidistance d_1 variable avec le nombre d'atomes de carbone, et de petites distances réticulaires constantes.

Les équidistances d_1 correspondent à des plans réticulaires parallèles à la surface de la lame de verre, et comprenant entre eux deux molécules opposées (comme pour les acides gras). La variation de d_1 par atome de carbone est ici

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) J.-J. Trillat, *Annales de Physique*, juillet-août 1926 (*Thèse de Doctorat*).

$\Delta d_1/\Delta N = 1{,}15$ Å ; cette variation est *linéaire* et peut donc servir à l'identification du produit d'après le diagramme X.

A partir de la structure connue des chaînes d'acides gras, et de la distance entre deux atomes de carbone consécutifs (1,27 Å), il est possible de calculer l'inclinaison des molécules d'esters chlorés par rapport aux plans réticulaires parallèles à la surface de verre [plans (100)]; cette valeur est de l'ordre de 72°, compte tenu de l'imprécision concernant la structure de l'extrémité de la chaîne [$-COO-(CH_2)_2-Cl$].

Ainsi les esters chlorés vérifient-ils la loi de proportionnalité des grandes équidistances au nombre d'atomes de carbone; de plus ces corps présentent une remarquable aptitude à l'orientation, due à leur structure terminale, qui doit les rendre aptes à jouer un rôle intéressant dans la lubrification, en les adjoignant en faible quantité à des huiles de graissage (*dopes* d'onctuosité).

Étude de la répartition des intensités. — Nous avons cherché à déterminer par le calcul la répartition des intensités dans les divers ordres de réflexion, en partant de la méthode indiquée par Shearer [3], qui est basée sur le fait que le pouvoir diffractant reste constant dans certaines parties de la molécule et ne varie brusquement qu'en des points où la densité électronique varie aussi brusquement. Cette méthode, appliquable à des molécules de structure simple, doit être généralisée pour des molécules telles que les esters chlorés possédant deux groupements fortement diffractants COO et Cl; on aboutit, dans le cas présent, aux formules suivantes [4] :

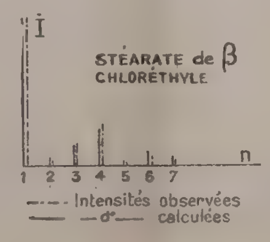
pour les ordres pairs

$$(1)\qquad J_p = \frac{0{,}3\,d_1}{2\pi n}(Q-P)\sin\frac{2\pi n\delta}{d_1} + \frac{d_1}{\pi n}(R-Q)\cos\pi n\rho\,\sin\frac{\pi n\delta}{d_1},$$

pour les ordres impairs

$$(2)\qquad J_i = \frac{2{,}3\,d_1}{2\pi n}(P-Q)\sin\frac{2\pi n\delta}{d_1} + \frac{d_1}{\pi n}(R-Q)\cos\pi n\rho\,\sin\frac{\pi n\delta}{d_1}.$$

d_1 est la grande distance réticulaire (voir tableau précédent); n, l'ordre de réflexion; δ, la largeur des groupements H, CH_2, Cl et $CO-O$, suivant l'approximation déjà faite



par Shearer; P, Q, R sont les pouvoirs diffractants des groupements H, CH_2, $CO-O$; ρ, un rapport caractérisant la position du groupement $CO-O$ dans la molécule.

---

(3) *Proc. Roy. Soc.*, A, 108, 1925, p. 665.

(4) Le détail sera publié dans un autre recueil.

L'application de ces formules conduit à un bon accord avec les mesures d'intensités effectuées directement sur les clichés des quatre esters, comme le montre la figure ci-dessus.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la pénétration de l'eau dans le charbon activé.* Note [1] de M. **Clément Courty**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La pénétration de l'eau dans les charbons activés a donné lieu à de multiples travaux qui, jusqu'ici, n'ont pas été concluants : le phénomène se complique en effet d'une désorption, ou d'une absorption concomitante d'air. Théodore de Saussure, en 1812 [2], avait cru pouvoir affirmer que le charbon de bois absorbe de l'oxygène de l'air, jusqu'à ce qu'il soit saturé du gaz carbonique formé dans le charbon à la température ordinaire. Le charbon sec nécessite plus de vingt ans pour atteindre cette saturation, le charbon humide se sature en dix mois. L'eau faciliterait donc cette oxydation; mais, comme un volume de charbon humecté est saturé de gaz carbonique lorsqu'il en a absorbé quinze volumes, et qu'à l'état sec il en absorbe trente-cinq, le volume d'oxygène absorbé par le charbon est plus faible en milieu humide qu'en milieu sec.

Le gaz carbonique, s'il se forme, n'apparaît donc pas tant que le charbon continue d'absorber de l'oxygène.

Il est certain que les charbons activés pour masques à gaz [3], plongés dans l'eau distillée, laissent dégager environ 1 % de leur poids d'air, très légèrement appauvri en oxygène, mais sans traces appréciables de gaz carbonique.

S'il y a du gaz carbonique dans le charbon, l'eau ne semble donc pas le déplacer.

J'ai, à plusieurs reprises, chauffé au bec Mecker divers échantillons de charbon pour masques, enfermés dans une ampoule en silice vide d'air, et j'ai toujours trouvé que, par refroidissement, ces charbons absorbaient environ 1,4 % d'air humide. Or un calcul approché montre que cet air se trouve, dans le charbon, à une pression certainement supérieure à 25 atmosphères. A cette pression, la solubilité de l'air dans l'eau est loin d'être négligeable. D'autre part, un charbon desséché à l'étuve à 110° jusqu'à poids constant, soumis au vide *à froid*, absorbe seulement 0,08 % d'oxygène au bout d'un mois et demi, alors que le même charbon, saturé d'eau puis soumis au vide à froid, absorbe, dans le même temps, 2,22 % d'oxygène. Il y a donc contradiction entre ces résultats expérimentaux et ceux que signale de Saussure avec du charbon de bois. Comme d'après son mode de préparation ce charbon devait renfermer des goudrons très oxydables, il est vraisemblable que le résultat de de Saussure est dû, en partie, à la présence des goudrons.

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Bibliothèque britannique*, **49**, 1812, p. 299; **50**, 1812, p. 39.

(3) Faits avec des coques de noix de coco carbonisées, puis activées à la vapeur d'eau et au gaz carbonique.

Le pouvoir oxydant du charbon activé saturé d'air étant établi expérimentalement ([4]), il me paraît raisonnable de supposer qu'une partie du charbon s'oxyde; mais le gaz carbonique, s'il s'en forme, reste fortement condensé et ne peut partir que par chauffage, ce qui écarte, évidemment, toute certitude de présence de gaz carbonique préformé.

Depuis plusieurs années déjà, j'étudie l'hydratation des charbons activés ([5]), et j'ai dû renoncer au mouillage direct parce qu'on ne sait jamais, quand on mouille un charbon, quelle quantité d'eau s'est réellement fixée. On peut soumettre le charbon à l'air saturé de vapeur d'eau. Là aussi on aboutit à des résultats imprécis. En effet, quand on construit la courbe de l'absorption d'eau en fonction du degré hygrométrique de l'atmosphère, on a, sur la courbe isotherme ascendante, deux points d'inflexion vers 35° et 85° hygrométriques; puis, à 100°, brusquement la courbe s'élève en flèche, car il y a, en plus de l'absorption, des condensations superficielles. Comme, entre 85° et 100° hygrométriques, la teneur en eau réellement fixée, et non superficiellement condensée, croît très peu, il est commode de créer une atmosphère à 90° hygrométriques, par exemple; il suffit pour cela de mettre dans un récipient clos une solution aqueuse à 18 % d'acide sulfurique; l'atmosphère surmontant le liquide convient parfaitement pour ce genre de travaux.

C'est dans un récipient contenant une semblable solution que nous avons fait séjourner quatre échantillons de charbon de masque à gaz, préalablement desséché, jusqu'à poids constant, à l'étuve à 110°.

Le tableau suivant donne les variations de masse P_0 (des charbons desséchés) et P (des charbons humidifiés à 90° hygrométriques) au cours de deux années d'expérimentation par fractions successives de 4 trimestres, puis d'une année entière.

Nos des charbons...	1.		2.		3.		4.	
	P.	P_0.	P.	P_0.	P.	P_0.	P.	P_0.
État initial...	–	0,6260	–	0,6143	–	0,7554	–	0,6379
Après 3 mois.	0,9137	0,6258	0,9854	0,6150	1,0991	0,7553	0,9271	0,6374
» 6 »	0,9113	0,6227	0,8900	0,6149	1,0971	0,7507	0,9227	0,6332
» 9 »	0,8970*	0,6221	0,8820*	0,6144	1,0505*	0,7503	0,9074	0,6320
» 1 an...	0,9123	0,6214	0,8901	0,6137	1,0910	0,7496	0,9221	0,6318
» 2 ans...	0,9161	0,6211	0,9127	0,6131	1,1037	0,753?	0,9265	0,6309
» 3 mois d'étuve à 110° C.	–	0,6201	–	0,6130	–	0,7480	–	0,6275

A l'exception des valeurs de P *après 9 mois*, marquées d'un astérisque, qui furent toutes entachées d'une erreur accidentelle, ces pesées ont été faites avec le plus grand soin.

([4]) C. COURTY, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 27.
([5]) *Comptes rendus*, **214**, 1942 p. 823; **215**, 1942, p. 18.

Des mesures magnétiques montrent quel peut être le mécanisme des échanges dans le charbon, entre l'eau et l'air, ce que ne peut pas révéler l'emploi de la balance.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les azéotropes orthobares contenant un ester mono- ou bivalent.* Note (1) de M. **Maurice Lecat**, présentée par M. Marcel Delépine.

Soient E un ester (éther-sel) formant azéotrope orthobare avec un corps C, Δ la distance des p. éb. de C et de E, δ l'écart. Pour un mono- ou un biester, E, Δ et δ seront affectés d'indice 1 ou 2. Pour un même Δ on peut avoir $\delta_1 < \delta_2$ (I), ou $\delta_1 > \delta_2$ (II). Si C est un hydrocarbure, un mono- ou bihalogénure, un oxyde, un phénol ou un monol, on a (I). Pour un diol, un amide, pour le carbamate d'éthyle (tous corps très polymérisés) et aussi pour les nitriles, on a (II). Enfin, groupe (III), les acides, les cétones et les nitrodérivés donnent, selon les cas, (I) ou (II).

On sait (2) que, pour l'inférence d'azéotropes, il peut être utile de considérer un diagramme (Δ, δ) formé de points figuratifs d'un groupe d'azéotropes déterminés expérimentalement. Souvent, en effet, par régularité naturelle, la *courbe* δ se dessine nettement (3). Ses deux éléments principaux sont les coordonnées à l'origine : Δ_0 et δ_0.

I. Les *hydrocarbures* non aromatiques appariés à des biesters méthyliques donnent $\Delta_0 > 45$ et $\delta_0 = 16$. Pour les E_2 d'éthyle, $\Delta_0 = 34$ et $\delta_0 = 13$. Les E_1 viennent ensuite, dans l'ordre : nitrates, avec $\delta_0 = 10$, formiates, acétates avec $\delta_0 = 6{,}3$, propionates, butyrates et, plus bas encore, nitrites avec $\delta_0 = 3$. Comparons, dans le tableau ci-contre, les systèmes [1] et [2] ayant en commun le camphène. Dans [1], $\Delta_1 = 1{,}1$ et $\delta_1 = 4{,}1$; dans [2], bien que Δ_2 *s'élève* à 4,85, δ_2, loin d'être réduit, atteint 12,95. Cf. aussi les azéotropes [3] à [6].

Pour les carbures aromatiques, les δ sont diminués, mais encore $\delta_1 < \delta_2$.

Pour les *halogénures* en X_1 ou X_2 les δ_0 sont réduits aux 2/5 environ des valeurs respectives précitées. Ainsi, pour les E_2 de méthyle, $\delta_{02} = 6{,}5$ (au lieu de 16). Cf. [7 et 8], puis, pour les δ_1, [9 et 10]. Mais, s'il y a plus de deux X, tout est perturbé, comme avec les alcools.

Les *oxydes* ne dessinent guère de courbe δ. L'inégalité $\delta_1 < \delta_2$ est fort prononcée. Exemple [11-12]. Et le système cinéol-isovalérate d'isobutyle, de $\Delta_1 = 5{,}15$, est à peu près idéal, nonobstant [13].

Les *phénols* et *chlorophénols* donnent δ négatif, mais $|\delta_1| < |\delta_2|$. Avec les monophénols $\delta_{01} = -3{,}7$ et $\delta_{02} = -5{,}5$. Cf. [14-15] et [16-17].

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 816.

(3) Elle est tracée pour les systèmes éthanol-halogénure dans le *Traité de Chimie organique* de V. Grignard, I, Paris, 1935, p. 196. Les courbes Δ-concentration sont aussi utiles.

Avec les *monols*, pourtant notablement polymérisés, l'inégalité $\delta_1 < \delta_2$ est encore prononcée, comme le montrent [18-19] et mieux encore [20-21].

II. Sauf réaction, les *diols* donnent $\delta_1 > \delta_2$. Cf. les azéotropes [22-23] et [24-25]. Avec les *amides*, du moins en C_2 et C_3, δ_1 dépasse très fort δ_2. Cf. témoin [26-27] et [28-29]. Pour le *carbamate d'éthyle*, $\delta_{01} = 11$ et $\delta_{02} = 4$. Cf. [30-31].

III. Pour les *acides* $\delta_1 < \delta_2$, sauf avec les nitrates, de $\Delta_0 > 20$ et $\delta_0 > 6$, alors que les oxalates donnent $\Delta_0 = 10,5$ et $\delta_0 = 3,5$. Cf. [32-33] et [34-35]. Pour les *acides halogénés*, δ_1 est positif et δ_2 négatif. Avec les *cétones* et les *nitrodérivés* surgit une difficulté : δ est toujours faible. Il apparaît toutefois que ces corps se rangent bien dans le groupe III.

E.	C.	É E.	É C.	Δ.	É az.	δ.	% E.	
Propion. d'isoamyle.	Camphène............	160,7	159,6	1,1	155,5	4,1	46	[1]
Oxalate de méthyle.	»	164,45	»	4,85	146,65	12,95	42	[2]
Nitrate d'éthyle.	Hexane normal........	87,7	68,8	18,9	66,25	2,55	24	[3]
Acétate de propyle.	Diisobutyle............	101,6	109,4	7,8	98,0	3,6	63	[4]
Nitrite d'isobutyle.	Méthylcyclopentane....	67,1	72,0	4,9	65,9	1,2	68	[5]
» de butyle.	Cyclohexane..........	78,2	80,75	2,55	76,5	1,7	63	[6]
Oxalate de méthyle.	Orthochlorotoluène....	164,45	159,2	5,25	154,8	4,4	35	[7]
Malonate de méthyle.	Paradichlorbenzène....	181,4	174,4	7,0	171,0	3,4	30	[8]
Nitrate d'éthyle.	Bromure isobutyle.....	87,7	91,4	3,7	85,0	2,7	65	[9]
Formiate de propyle.	Chlorure de butyle....	80,85	78,5	2,35	76,1	2,4	38	[10]
Isovalér. d'isobutyle.	Oxyde d'isoamyle......	171,2	173,2	2,0	170,95	0,25	90	[11]
Oxalate de méthyle.	»	164,45	»	8,75	154,8	9,65	54	[12]
Fumarate » .	Cinéol..............	193,25	176,35	16,9	175,75	0,6	15	[13]
Benzoate » .	Paracrésol............	199,4	201,7	2,3	204,35	—2,65	60	[14]
Maléate » .	»	204,05	»	2,35	208,6	—4,55	56	[15]
Isovalér. d'isoamyle.	Orthocrésol...........	192,7	191,1	1,6	195,45	—2,75	67	[16]
Fumarate de méthyle.	»	193,25	»	2,15	197,8	—4,55	60	[17]
Acétate d'éthyle.	Triméthylcarbinol.....	77,1	82,45	5,35	76,0	1,1	73	[18]
Carbonate de méthyle.	»	90,35	»	7,9	80,65	1,8	33	[19]
Benzoate » .	Octanol-1	199,4	195,2	4,2	194,4	0,8	35	[20]
Maléate » .	»	204,05	»	8,85	193,55	1,65	32	[21]
Benzoate d'éthyle.	Éthanediol............	212,5	197,4	15,1	186,1	11,3	54	[22]
Maléate de méthyle.	»	204,05	»	6,65	189,6	7,8	58	[23]
Benzoate de propyle.	»	230,85	»	33,45	190,35	7,05	45	[24]
Maléate d'éthyle.	»	223,3	»	25,9	193,1	4,3	45	[25]
Benzoate d'isobutyle.	Éthanamide...........	241,9	221,15	20,75	211,2	9,95	58	[26]
Maléate de méthyle.	»	204,05	»	17,1	201,9	2,15	89	[27]
Acétate de bornyle.	Propanamide.........	227,6	222,2	5,4	209,5	12,7	62	[28]
Maléate d'éthyle.	»	223,3	»	1,1	214,0	8,2	62	[29]
Fumarate de méthyle.	Carbamate d'éthyle....	193,25	185,25	8,0	184,2	1,05	21	[30]
Isovalér. d'isobutyle.	»	171,2	»	14,05	167,65	3,55	80	[31]
Nitrate d'isoamyle.	M.-2 propanoïque....	149,75	154,6	4,85	146,25	3,5	70	[32]
Oxalate d'éthyle.	Pentanoïque..........	185,65	186,35	0,7	182,5	3,15	63	[33]
Nitrate d'isoamyle.	Butanoïque...........	149,75	164,0	14,25	147,85	1,9	88	[34]
Oxalate d'éthyle.	M.-3 butanoïque.......	185,65	176,5	9,15	176,3	0,2	16	[35]

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Étude cinétique de la formation des oxydes à la surface du fer à haute température.* Note [1] de M. **Jacques Bénard** et Mlle **Odile Coquelle**, présentée par M. Albert Portevin.

Nous avons montré [2] que la méthode d'examen micrographique permettait de comparer la structure des couches d'oxydes qui se forment à la surface du fer à différentes températures comprises entre 650° et 1050°.

Nous nous proposons d'exposer ici les résultats obtenus par cette méthode dans l'étude cinétique de l'oxydation du fer à température constante. Elle offre en effet dans ce cas l'avantage de permettre l'étude séparée des lois de croissance des différents oxydes Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO qui se superposent à la surface du métal.

La couche d'oxyde Fe_2O_3, dont l'épaisseur est seulement mesurable à partir de 900°, croît linéairement en fonction du temps à 900°, 950° et 1000° (courbes 1). La couche d'oxyde Fe_3O_4 croît linéairement en fonction du temps à 700°, 800° et 900°; la courbe tend à s'incurver légèrement vers l'axe des temps à 900° (courbes 2). La couche d'oxyde FeO se développe avec une vitesse sans cesse décroissante et les courbes obtenues à 650°, 700°, 800°, 900°, 950° sont d'allure parabolique (courbes 3).

Ces résultats s'interprètent de la façon suivante. La croissance d'une couche d'oxyde compacte à la surface d'un métal dépend de deux facteurs : d'une part la vitesse de diffusion des éléments (métal et oxygène) à travers le réseau de l'oxyde, d'autre part la vitesse de réaction réciproque des éléments en présence. Tant que la vitesse de réaction est inférieure à la vitesse de diffusion, l'augmentation d'épaisseur de la couche ne provoque aucun ralentissement du phénomène et la vitesse de croissance reste constante. C'est ce qui se produit pour l'oxyde Fe_2O_3 résultant de l'oxydation de Fe_3O_4 à la surface de contact Fe_2O_3/Fe_3O_4, et pour l'oxyde Fe_3O_4 résultant de l'oxydation de FeO à la surface de contact Fe_3O_4/FeO (lois linéaires).

Quand la vitesse de réaction est supérieure à la vitesse de diffusion, l'accroissement d'épaisseur de la couche d'oxyde entraîne un ralentissement de la vitesse de croissance, et la loi d'oxydation devient parabolique, conformément aux prévisions de Pilling et Bedworth [3]. C'est ce qui se produit pour la formation de FeO, dans laquelle la vitesse de réaction du fer sur l'oxygène est certainement supérieure à la vitesse de diffusion du fer à travers l'oxyde.

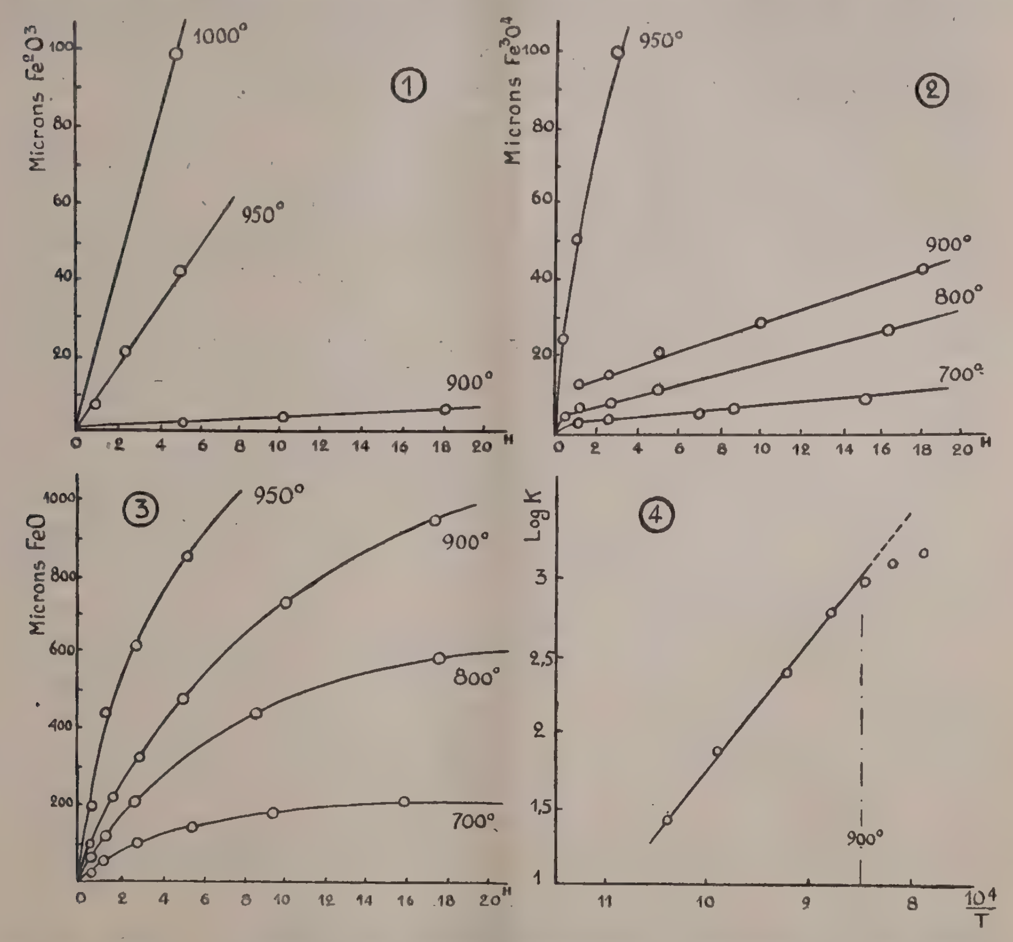
Le fait que, dans le cas de Fe_3O_4, on tend à passer de la loi linéaire à la loi parabolique aux températures les plus élevées, tient à ce que la vitesse de réaction devient supérieure à la vitesse de diffusion à ces températures.

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) Bénard et Coquelle, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 796.

(3) *J. Inst. Metals*, **29**, 1923, p. 529.

Nous avons poursuivi d'autre part l'analyse des courbes paraboliques de croissance de FeO, qui peuvent être représentées par l'équation $x^2 = K.t$. Si l'on porte les différentes valeurs de log K en fonction de l'inverse de la température absolue, on obtient une droite de 700° à 900° (courbe 4). L'influence de la température sur le processus d'oxydation peut donc être représentée par une relation classique de la forme $K = A.e^{-(B/T)}$, dans laquelle A et B sont des constantes. La chaleur d'activation, calculée à partir de ces données, est de 36 600 calories; elle se rapporte vraisemblablement à la diffusion du fer dans le réseau de l'oxyde FeO. Au delà de 900°, cette loi n'est plus vérifiée, ce qui est en accord avec nos précédentes observations ([2]) concernant l'existence d'un processus d'oxydation complètement différent dans la zone du fer γ, et avec celles de Portevin, Prétet et Jolivet ([4]) sur le changement d'allure, au voisinage du point A_3 du fer, de la courbe $\log K = f(1/T)$ pour l'ensemble de la pellicule.



([4]) *Rev. Métallurgie*, 31, 1934, p. 219.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sels mixtes dérivés des chlorure, bromure et iodure de plomb.* Note [1] de Mlle **Irène Delgery**, présentée par M. Paul Pascal.

La recherche, par diverses méthodes, des sels mixtes formés par les halogénures de plomb a donné des résultats souvent contradictoires.

Nous avons opéré en utilisant l'analyse thermique et obtenu les résultats suivants :

1° *Diagramme* $Cl_2Pb—Br_2Pb$. — Herty et Boggs, en 1897 [2], avaient formé des mélanges isomorphes par voie humide, sans trouver de combinaison définie. D'autre part Mönkenmeyer [3] affirmait en 1906 que les mélanges $Cl_2Pb—Br_2Pb$ formaient seulement une série de cristaux mixtes. Cependant Thomas, en 1899 [4], préparait deux composés, ClBrPb et $Br_2Pb—3Cl_2Pb$, le premier en déplaçant l'iode de ClIPb par un courant de brome, le second en mélangeant en proportions convenables des solutions de Cl_2Pb et de BrK.

L'analyse thermique (*fig.* 1) nous démontre l'existence des deux composés de Thomas : ClBrPb isomorphe avec Br_2Pb, et $3Cl_2Pb, Br_2Pb$, ce dernier décomposable avant fusion à 478°, qu'avait prévu Wachter en 1932 [5]. Ils sont séparés par un eutectique fondant à 380° et voisin de la composition moléculaire $9Br_2Pb$, $16Cl_2Pb$.

2° *Diagramme* Cl_2Pb-I_2Pb. — En 1885 Lehmann [6] n'avait pu obtenir que des cristaux mixtes des deux sels. Mönkenmeyer [3], en 1906, signale un eutectique à 306° pour 23 % de Cl_2Pb et donne 358° pour point de fusion de I_2Pb. Pélabon et Laude, en 1929 [7], fixent ce point de fusion à 380° et signalent un eutectique à 338° pour 35 % de I_2Pb.

L'analyse thermique (*fig.* 2), sous l'azote pour garantir l'iodure très oxydable, nous a montré la formation du composé défini nouveau $2I_2Pb$, $3Cl_2Pb$ fondant à 360° et séparé des deux constituants par deux eutectiques :

E pour 35 % de Cl_2Pb et 65 % de I_2Pb fondant à 326°;

E′ pour 64 % de Cl_2Pb et 36 % de I_2Pb fondant à 338°.

Ce dernier est celui qu'ont signalé Pélabon et Laude.

Ces mélanges binaires fournissent des phases solides dont le caractère cristallin est particulièrement marqué.

3° *Diagramme* I_2Pb-Br_2Pb. — Ici encore, Herty et Boggs [2] concluaient

---

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, **19**, 1897, p. 820.

(3) *Jahres B. Min. Beil.*, **22**, 1906, p. 1.

(4) *Comptes rendus*, **128**, 1899, p. 1234.

(5) *J. Amer. Chem. Soc.*, **54**, 1932, pp. 2771-2278.

(6) *Z. Krist.*, **10**, 1885, p. 340.

(7) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **45**, 1929, p. 488.

à la formation de mélanges isomorphes. Cependant Thörpe, en 1888 ([8]), annonçait l'existence de PbBrI ; $PbI_2, 3PbBr_2$ et $PbI_2, 6PbBr_2$. En 1893, Mlle Field ([9]) signalait $PbI_2, 2PbBr_2$, tandis que Thomas ([10]) préparait $3Br_2Pb, I_2Pb$. Mönkenmeyer ([3]) construisait la courbe de solidification du mélange et n'observait que deux droites avec un eutectique à 256° pour 51 % de Br_2Pb.

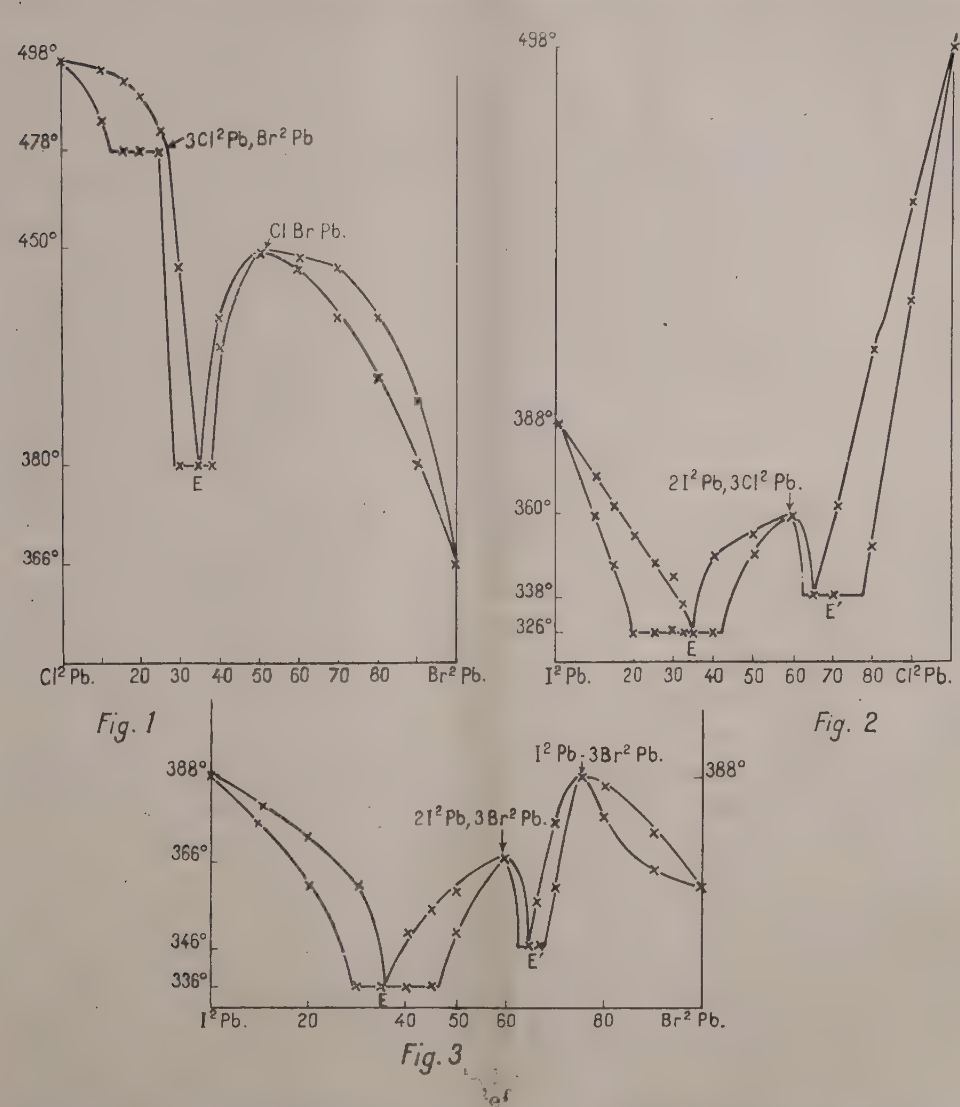


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

L'analyse thermique (*fig.* 3) donne des résultats tout à fait différents quand on protège l'iodure contre l'oxydation. On vérifie l'existence de deux com-

([8]) *Am. Ch. Journal*, 1888, p. 232.

([9]) *Chemical News*, **62**, 1893, p. 157.

([10]) *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **19**, 1898, pp. 488-691.

posés, $2I_2Pb$. $3Br_2Pb$ fondant à 366° et I_2Pb, $3Br_2Pb$, isomorphe avec Br_2Pb, fondant à 388°. Ce dernier sel double avait déjà été signalé; par contre, les composés tels que BrIPb; I_2Pb, $6Br_2Pb$ ou I_2Pb, $2Br_2Pb$ n'ont pas été décelés.

Nous avons, de plus, deux eutectiques à compositions moléculaires très symétriques voisines de $7Br_2Pb$, $13I_2Pb$ fondant à 336° et $7I_2Pb$, $13Br_2Pb$ fondant à 346°.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Mésomérie et hyperconjugaison : une interprétation de l'effet dit* inductif alternant. Note [1] de M. **Paul Rumpf**, présentée par M. Louis Hackspill.

D'après la Mécanique ondulatoire [2], toute liaison, entre deux atomes A et B, constitue un état mésomère complexe, que l'on est en droit de regarder comme la résultante d'une covalence idéale, A — B, et des deux électrovalences pures, A^+B^- et A^-B^+. La théorie de l'hyperconjugaison [3] explique l'influence des substituants alcoyles sur l'évolution de certaines réactions chimiques, en admettant que les structures limites polaires d'une liaison carbone-hydrogène peuvent intervenir dans la mésomérie des systèmes non saturés voisins. Elle rend compte des résultats de nombreuses recherches physicochimiques et montre que, pour représenter correctement l'état normal de molécules organiques, nous n'avons pas toujours le droit de négliger la part qui revient aux formules comportant des électrovalences carbone-hydrogène.

Si l'hydrogène est remplacé par un élément franchement électropositif ou électronégatif, la nouvelle liaison présente un caractère polaire accentué : nous pouvons *a fortiori* envisager des interactions intramoléculaires entre l'électrovalence limite prépondérante et un système mésomère quelconque. Cette généralisation fournit notamment une interprétation satisfaisante des observations qui ont donné lieu à la *théorie de l'effet inductif alternant* [4].

Un substituant est dit électronégatif (et appelé *atome clé*, par Eistert) lorsqu'il attire vers lui les électrons, aux dépens du carbone qui lui est directement uni. En raison de l'effet d'écran [1] exercé par les électrons de valence sur la charge résultante positive du noyau et de la couche interne, cette diminution des densités électroniques autour de l'atome de carbone doit accroître son électronégativité. L'idée contraire n'a pu jusqu'ici être confirmée par aucune justification physique. On la trouve cependant implicitement contenue dans la notation, proposée par Eistert, d'après laquelle les octets des carbones

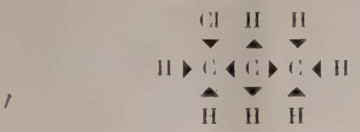
(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) L. Pauling, *The Nature of the Chemical Bond*, New York, 1940.

(3) Voir, par exemple, l'excellente monographie de C. L. Deasy, *Chem. Rev.*, **36**, 1945, pp. 145-155.

(4) B. Eistert, *Tautomerie und Mesomerie*, Stuttgart, 1938.

successifs seraient tour à tour *désintégrés* et *stabilisés* par l'atome clé.



Au cours d'un récent travail sur des composés carbonylés ([5]), j'avais vérifié, une fois de plus, un certain accord entre les propriétés chimiques et cette conception arbitraire, si souvent évoquée dans des Mémoires et Ouvrages récents. Mais, en définitive, sur quelle réalité expérimentale repose la notion d'effet inductif alternant? Uniquement sur le fait que, très souvent, les phénomènes d'ionisation qui permettent d'interpréter les réactions des groupements saturés aliphatiques, ou leur influence intramoléculaire, correspondent à l'apparition de charges alternativement positives et négatives sur les chaînes d'atomes. Il suffit d'examiner quelques cas concrets pour se convaincre que l'hyperconjugaison coordonne et laisse prévoir des constatations de ce genre, aussi aisément que la mésomérie classique est parvenue, par exemple, à englober, dans une théorie d'ensemble précise, la part de vérité exprimée par l'hypothèse des polarités alternées sur les noyaux aromatiques.

Les exemples cités par Eistert ([3]), aussi bien que ceux qui cadrent moins bien avec sa théorie, ne soulèvent aucune difficulté si l'on raisonne par analogie, en admettant que, *déjà dans les assemblages d'atomes coordinativement saturés*, préalablement à toute dissociation en ions ou en radicaux quelconques, *l'hyperconjugaison obéit aux mêmes lois que la mésomérie proprement dite, et oriente les transformations chimiques dans le même sens*. A la mésomérie correspond toujours une diminution d'énergie utilisable, une stabilisation. Cet aspect fondamental du phénomène fait apparaître la profonde influence qu'il exerce sur les équilibres. L'allongement d'une série de doubles liaisons conjuguées, la réunion de deux systèmes mésomères préexistants, les charges alternativement positives et négatives (génératrices de liaisons multiples), le passage d'une structure dissymétrique à un arrangement plus symétrique..., tout ce qui augmente le nombre de structures limite plausibles, tout ce qui tend à égaliser leurs niveaux d'énergie, accentue, en même temps, l'effet énergétique de la mésomérie. Et, réciproquement, cet effet déplace les équilibres en faveur des transformations correspondantes. Pour les diverses liaisons simples entre atomes qui présentent une différence modérée d'électro-affinité, on conçoit que, d'une manière tout à fait analogue, l'effet énergétique de l'hyperconjugaison soit susceptible d'augmenter le *poids* de certaines structures limite polaires bien déterminées, en fonction directe de l'importance du changement, de répartition des densités électroniques, qui résulterait d'une formation de l'ion mésomère virtuel correspondant, carbénium ou carbéniate.

([5]) P. Rumpf, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 13, 1946 (sous presse).

Les mesures électrochimiques précises auxquelles se prêtent beaucoup d'anions ou de cations mésomères fournissent ainsi une base expérimentale à des conceptions dont on peut espérer que le développement méthodique permettra d'effectuer des prévisions quantitatives dans toutes les séries de combinaisons complexes du carbone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Existence et constitution d'un complexe adrénalino-uranylique.* Note [1] de M. **Georges-N. Cohen**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

J'ai récemment montré que l'addition de paramolybdate d'ammonium à une solution acide d'adrénaline amenait la formation d'un acide complexe adrénalino-molybdique, que j'ai isolé à l'état cristallisé et dont j'ai déterminé la constitution [2].

De même, l'adrénaline se dissout dans l'acétate d'uranyle acétique qui prend une coloration rouge. On est en présence d'un complexe qu'il m'a été impossible de faire cristalliser à partir de sa solution.

Pour le préparer, on peut employer l'artifice suivant. Si l'on ajoute à cette solution une solution de paramolybdate d'ammonium, on a un précipité brun immédiat qui, au bout de quelques heures, abandonne des cristaux cubiques rouges qu'on lave à l'eau acétique jusqu'à disparition de la teinte jaune des eaux de lavage et de la fluorescence due à l'excès de sel d'uranyle.

Afin de s'assurer, vu l'artifice de préparation, quoique le système cristallin ne lui soit en rien semblable, que ces cristaux ne sont pas une variété du complexe adrénalino-molybdique, j'ai soumis le produit à la calcination. Les cendres du produit qui a charbonné et qui n'est donc pas un molybdate d'uranyle comme il en a été décrit par Lancien [3], ont été analysées et ont révélé la présence d'uranium; par contre, il n'y avait pas de molybdène.

L'analyse élémentaire a fourni les chiffres suivants : N % 3,80-3,96; C % 33,33-32,36; H % 4,07-4,47. Calculé pour $C_{18}H_{26}C_8N_2U, H_2O$: N % 4,2; C % 33,12; H % 3,98.

D'après les travaux de Fernandès [4], analogues à ceux qu'il a effectués sur les complexes au molybdène et qui portent sur les combinaisons de l'uranium et des corps phénoliques, on peut attribuer au composé que j'ai isolé la formule développée suivante (sans pouvoir fixer la place du groupement uranylique,

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 27, 1945, pp. 237-40; *Thèse*, Paris, 1944.

(3) *Comptes rendus*, **144**, 1907, pp. 2434-35.

(4) *Gazz. Chim. Ital.*, 53, 1923, pp. 514-520; 55, 1925, pp. 424-440; 56, 1926, pp. 416-424.

en méta ou en para de la chaîne latérale) :

Si l'on fait l'opération inverse de celle que j'ai effectuée pour obtenir le complexe adrénalino-uranylique à l'état cristallisé, c'est-à-dire si l'on ajoute de l'acétate d'uranyle dans une solution de l'acide adrénalino-molybdique, on a un précipité pâteux, couleur crème, amorphe, qui charbonne à la calcination et qui contient du molybdène et de l'uranium. Le molybdène ne semble pas y être dissimulé à ses réactifs habituels.

En conclusion, j'ai caractérisé et fait cristalliser un complexe adrénalino-uranylique auquel j'ai attribué une formule probable, mais au nombre de molécules d'eau de cristallisation duquel je n'attache pas un caractère de certitude absolue, en raison de la grande faculté d'hydratation du produit.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention des acides (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 acryliques (ou 3 butène-2 oïques); leur produit de réduction, l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 propionique (ou -3 butyrique).* Note de Mlle **Germaine Cauquil** et M. **Heribert Barrera**, présentée par M. Marcel Delépine.

Pour obtenir l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 propionique, on peut passer par des produits intermédiaires tels que l'ester éthylique (*a*) et l'ester éthylique (*b*), (*a*) pouvant exister sous deux formes stéréoisomères. C'est la préparation de ces divers composés qui fait l'objet de la présente Note.

(*a*) (*b*)

Le traitement de la β-acétyl-tétraline, en présence de magnésium, par le bromacétate d'éthyle, donne toujours (*a*), quelles que soient les précautions prises

On devrait avoir en réalité (*b*). Il se produit donc une déshydratation au cours de la formation du composé (*b*). Une observation du même ordre a été faite par Schroeter [1] dans la série cinnamique et Banchetti [2] dans la série naphtalénique.

L'ester éthylique obtenu est un liquide incolore. E_2 178°; E_6 195°; $d_4^{19°,5}$ 1,0628; $n_D^{19°,5}$ 1,5652; R. M. obs. 74,79, calc. pour $C_{16}H_{20}O_2$ 71,47; P. M. cryométrique dans benzène 243; ébullioscopique dans acétone 252, calc. 244. L'exaltation de R. M. obs. s'explique par le système de double liaisons conjuguées; la fixation directe d'halogène indique une double liaison en chaîne latérale.

La saponification de cet ester donne avec un rendement de 95 % l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 acrylique, $C_{14}H_{16}O_2$, en aiguilles prismatiques (crist. dans le benzène) F 142°.

L'oxydation permanganique en milieu alcalin concentré en présence de benzène fournit l'acétyl-tétraline primitive, facilement identifiée par sa semicarbazone F 234°.

Le dosage alcalimétrique de l'acide libre donne P. M. obs. 220; calc. 216.

Le chlorure d'acide, l'amide F 148°, l'anilide F 144° ont été préparés à l'état pur. (Microdosage d'azote de l'amide N % obs. 6,61; calc. 6,51.) La saponification acide de l'amide se fait rapidement; la saponification alcaline est beaucoup plus lente. Elles donnent toutes deux l'acide initial F 142°. Il semble donc qu'au cours des réactions indiquées un seul des deux stéréoisomères possibles soit stable.

Cependant la forme « allo » instable a pu être obtenue : il suffit d'exposer une solution benzénique de la forme stable pendant 48 heures à l'action des rayons ultraviolets. Après ce temps-là il se forme un dépôt solide F 156°. Ce composé soumis à des cristallisations fractionnées dans le benzène, en présence des rayons ultraviolets, se maintient à F 156°; en l'absence des rayons ultraviolets le point de fusion des premiers cristaux baisse jusqu'à 125° et au-dessous, puis remonte pour se fixer à 142°. On a pu constater qu'un mélange d'acide F 142° et du composé F 156° donnait F 125°. On est donc bien en présence de deux formes de l'acide considéré.

L'amide en solution benzénique est aussi transformé par les rayons ultraviolets en un amide F 115° qui, quelque temps après son irradiation, voit son P.F. abaissé vers 105°, pour remonter finalement à 148°.

L'ester éthylique a subi par irradiation une modification de ses constantes physiques, et la saponification immédiate a libéré un mélange des deux formes acides; le P.F. trouvé varie en effet avec le temps comme le P.F. de l'acide irradié.

La réduction des deux formes acides par l'amalgame de sodium à 2 % donne,

---

(1) *Ber. d. chem. Ges.*, **40**, 1907, p. 1589.
(2) *Gaz. Chim. Ital.*, **69**, 1939, p. 398.

avec un rendement presque quantitatif, l'acide saturé $C_{14}H_{18}O_2$ F 96°. Cet acide est très soluble dans le benzène, l'alcool, l'acétone, beaucoup moins soluble dans l'éther de pétrole.

Amide F 120°; anilide F 95°; ester éthylique $É_2$ 153°, $É_{15}$ 190°, d_4^{13} 1,0320, n_D^{12} 1,5227; R. M. obs. 72,78, calc. 71,94.

Ainsi donc la réduction des acides F 156° et F 142°, donnant le même acide saturé, permet de penser que nous avons bien obtenu les deux formes stéréo-isomères de l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 acrylique, ou encore (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 butène-2 oïque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydrogénation catalytique des acides gras.* Note [1] de MM. **Élie Raymond** et **Jean Moretti**, présentée par M. Marcel Delépine.

La déshydrogénation des matières grasses a été observée par divers expérimentateurs [2], mais Suzuki et Kurita [3], en 1928, ont essayé en vain de la reproduire en utilisant des catalyseurs variés. En 1938 Margaillan et Angéli [4] ont signalé que le stéarate d'éthyle se déshydrogène en présence de nickel réduit et d'éthylène utilisé comme accepteur.

Ces divers travaux avaient un but surtout industriel. Nous avons entrepris l'étude de la déshydrogénation des acides aliphatiques supérieurs pour préciser, dans les longues chaînes acycliques, la position des liaisons carbone-hydrogène qui possèdent une stabilité minimum, et peuvent donc engendrer le plus facilement une double liaison. C'est pourquoi nous avons étudié l'action des catalyseurs métalliques sur ces chaînes en l'absence de toute substance étrangère (en particulier d'accepteur) susceptible de modifier la réaction primaire de déshydrogénation, but principal de nos recherches. A côté de cet intérêt théorique, ce travail permettra également de préciser comment on peut passer des graisses saturées aux huiles non saturées, transformation capitale pour l'assimilation des graisses.

Les données actuelles de la thermochimie nous ont en effet permis de calculer que la déshydrogénation des acides gras et de leurs esters doit être sensiblement athermique : cette réaction est donc possible aux températures peu élevées, à condition d'utiliser un catalyseur convenable. Les acides ou esters aliphatiques supérieurs doivent se fixer sur les catalyseurs par l'intermédiaires de leurs carboxyles et non par les carbones de la chaîne, qui viendront

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) H. A. Levey, *Chem. Zentralblatt*, **4**, 1921, p. 145; W. Normann, *Chem. Umschau*, **30**, 1923, pp. 3-5; Tzonev et Yavnel, *Masloboino-Zhirovoe Delo*, **62-63**, 1930, p. 19.

(3) *Sci. Papers Inst. Phys., Research*, Tokyo, supplément 9, 1928, pp. 5-6.

(4) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1662.

rarement au contact des centres actifs, à moins que ceux-ci ne soient très nombreux : les chances de contact efficace étant minimes, la réaction s'effectuera lentement. Elle sera du reste rapidement limitée par la réaction inverse d'hydrogénation.

Pour déshydrogéner les acides aliphatiques supérieurs, il est donc indispensable d'utiliser des catalyseurs très actifs. Ceux-ci, agissant à température peu élevée, permettront d'éviter en grande partie la décarboxylation des acides gras, leurs transformations en cétones ou en goudrons. De plus, les doubles liaisons se formant ainsi d'emblée dans leur position de stabilité maximum, il n'y aura pas lieu de redouter leur déplacement, phénomène fréquemment observé dans l'action des catalyseurs sur les acides non saturés naturels.

La lenteur probable de cette réaction nous a engagés à opérer d'abord en phase liquide, pour assurer un assez long contact de la substance avec le catalyseur, dont nous ajoutons 5 à 10 % du poids de la matière grasse. Nous avons utilisé non les acides, qui goudronnent trop facilement, mais leurs esters (éthyliques, du glycol, du glycérol,), dont la stabilité est plus statisfaisante. Nous avons ainsi chauffé pendant plusieurs dizaines d'heures, à des températures fixes comprises entre 200 et 300°, dans une atmosphère de gaz inerte pour éviter l'oxydation des acides gras éthyléniques, les esters aliphatiques avec des métaux purs pulvérisés ou réduits de leurs oxydes, en évitant soigneusement la présence de ces derniers, qui, nous l'avons constaté, oxydent les acides gras saturés en acides éthyléniques.

Les métaux ainsi préparés, même le nickel, sont de mauvais catalyseurs, le taux de déshydrogénation obtenu ne dépassant pas 5 à 6 %, même dans les cas les plus favorables. Certains métaux assez actifs fournissent malheureusement une quantité de goudrons trop élevée. Des essais sont actuellement en cours avec ces derniers métaux, tant en phase liquide que gazeuse.

L'échec prévu des catalyseurs courants nous a conduits dès 1935, au cours d'essais non publiés, à employer une substance particulièrement active, le nickel de Raney. Celui-ci, obtenu par l'attaque classique à la soude de l'alliage Ni-Al, a été privé aussi complètement que possible d'alumine et d'alcali par lavage avec des solutions sulfuriques diluées (ou encore par lavage à l'alcool), en évitant soigneusement le contact de l'oxygène pendant toutes ces opérations. Même avec ce catalyseur la déshydrogénation reste difficile, l'indice d'iode ne s'accroît que lentement. Nous avons constaté, du reste, qu'il suffit d'agiter le mélange d'huile et de catalyseur pour arrêter la réaction. Dans ce cas le catalyseur, répandu dans toute la masse, recueille l'hydrogène produit par la déshydrogénation et le fixe à nouveau sur le composé éthylénique formé. Ceci prouve que la déshydrogénation s'effectue à la surface de séparation du catalyseur et de l'excès de liquide, et explique en partie la lenteur de la réaction.

Les produits obtenus contiennent toujours une petite quantité de cétones supérieures, de polymères, et de goudrons non saturés insolubles dans les

alcools éthylique et méthylique. Après purification du mélange par lavage à l'alcool, on extrait les esters non saturés par l'intermédiaire de leur complexe mercuriel. On sépare ainsi facilement 60 à 70 % des composés non saturés formés.

Dans le cas particulièrement favorable du stéarate d'éthyle, après 30 heures de chauffe à 220°, le mélange brut de déshydrogénation renferme en moyenne 15 % de produits non saturés, contenant 10 % d'ester éthylénique, dont on isole finalement environ 7 % à l'état pur.

Nous avons constaté que les esters des acides laurique, myristique, palmitique et stéarique peuvent être ainsi déshydrogénés, avec d'autant plus de difficulté que le poids moléculaire de l'acide est plus faible, et fournissent alors des esters non saturés, liquides à température ordinaire, dont nous étudions actuellement la constitution.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la mésomérie de l'ergostérol en état d'halochromie et ses conséquences.* Note de Mlle **Geneviève Thibaudet**, présentée par M. Maurice Javillier.

En traitant l'ergostérol par une argile acide, Bills a obtenu en 1930 (1) par élution du produit adsorbé, coloré en bleu, un composé incolore qu'il a appelé *isoergostérol*. Les propriétés de ce composé ont été décrites en détail (cristaux blancs fondant à 140-142°, absorbant dans l'ultraviolet avec maximum à $248^{m\mu}$, lévogyre, $[\alpha]_D^{20} - 37°$), mais aucune structure n'a pu lui être assignée.

Nous avons traité le problème de sa constitution par la méthode déjà utilisée par P. Meunier et nous-même en diverses occasions (2). Elle consiste en l'interprétation des formules limites de la mésomérie dont le corps étudié est le siège à l'état adsorbé, et qui, par ailleurs, rendent compte de la couleur d'halochromie.

Dans le cas de l'ergostérol, on peut penser que, si l'adsorption ionisante est réalisée par un mécanisme où entre en jeu la liaison double 7-8, le phénomène de mésomérie consécutif sera représentable par les deux formules limites

L'ouverture du noyau A du stérol est provoquée par l'influence disloquante de l'oxhydryle sur l'octet du carbone 3, le carbone stable 4 retirant le doublet

(1) Bills, *Journ. biol. Chem.*, **84**, 1929, pp. 655-656; **88**, 1930, pp. 601-604.

(2) P. Meunier, Dulou et Mlle A. Vinet, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p, 907; P. Meunier, *ibid.*, **217**, 1943, pp. 78-80; G. Thibaudet, *ibid.*, **220**, 1945, p. 751.

électronique 3-4 pour doubler la liaison 4-5. Ainsi la charge électrique positive est transportée du carbone 7 au carbone 3.

Au cours de l'élution, il suffit que le carbone stable 4 perde un proton accepté par le carbone 8, également stable, pour qu'un corps nouveau apparaisse, dans lequel les deux doubles liaisons de l'ergostérol primitif sont venues se conjuguer par rapport à l'OH 3.

Il s'agit du diénol ci-dessous, que nous considérons comme l'isoergostérol

HO 3 4 6

de Bills

Cette structure se trouve confirmée par les faits suivants :

1° Ce corps présente des propriétés très voisines de celles du composé correspondant dans la série du cholestérol ([3]), le cholestadiénol (point de fusion et spectre d'absorption).

2° Il fournit d'emblée avec le $SbCl_3$ en solution chloroformique, la même coloration bleue que le 7-oxycholestérol (absorption à 594 et $665^{m\mu}$), témoignant par là du même système de liaisons oscillantes au cours de l'halochromie et du même transport de la charge électrique ⊕ :

HO ⊕ |OH ↔ HO ⊕

7-Oxycholestérol.

HO ⊕ ↔ HO ⊕

Isoergostérol.

3° Le corps *régénéré* après cette réaction est l'isoergostérol *déshydraté*; il n'a plus de OH *libre* (Zerewetinoff négatif), ce qui témoigne de la conjugaison dans l'isoergostérol de l'OH et des doubles liaisons. Il est d'ailleurs analogue au composé que le 7-oxycholestérol fournit après un traitement prolongé au $SbCl_3$ ou sur argile acide. Ce composé, qui a 3 maxima d'absorption dans l'ultraviolet (315, 300, $284^{m\mu}$) et dont le point de fusion est à 96-98°, est en ce moment à l'étude.

Détails expérimentaux. — Le traitement de l'ergostérol par $SbCl_3$ ou l'argile acide fournit le même produit. C'est la technique de Bills ([4]) qui nous a donné

([3]) DANE et WANG, *Z. für physiol. Chem.*, **245**, 1936, p. 80; **248**, 1937, p. 68; WINDAUS, *Lieb. Ann.*, **534**, 1939, p. 23; **536**, 1939, p. 204.

le meilleur rendement 76 % (adsorption en milieu benzénique sur argile acide, élution par alcool à 96°).

Point de fusion après trois cristallisations 138-140°, $[\alpha]_D^{20} - 0°,3$ (24^{mg} dans 10$^{cm^3}$ de $CHCl_3$). Absorption maxima dans U. V. 248$^{m\mu}$; ε 13,860.

Avec $SbCl_3$, coloration bleue absorption à 594 et 665$^{m\mu}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et stabilité de l'éther éthylsulfurique, des éthers sulfuriques acides d'alcools divers et de leurs sels.* Note de M. **Nguyen Quang Trinh**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans le procédé ordinaire de fabrication de l'éther éthylsulfurique (ou acide sulfovinique), quand on n'utilise pas de l'anhydre sulfurique sous forme d'acide fumant [Merck (1)] mais que l'on part d'acide sulfurique à 66° Bé en mélange équimoléculaire avec de l'alcool soigneusement déshydraté, on dépasse difficilement le rendement de 65 %, d'une part à cause de la dilution de l'acide sulfurique par l'eau formée, d'autre part à cause d'un surcroît d'hydrolyse dû à une grande dilution nécessaire pour neutraliser au carbonate de baryum ou de calcium le mélange d'acide sulfovinique et d'excès d'acide sulfurique.

En ne cherchant pas à refroidir le mélange au cours de la réaction, en l'abandonnant ensuite pendant 24 heures pour laisser l'éthérification se compléter, en le chauffant après au bain-marie pendant une heure et en neutralisant le mélange, sans le diluer d'eau, par du carbonate fraîchement précipité, nous avons pu porter le rendement à 72 % environ. Nous avons aussi cherché à entraîner au fur et à mesure l'eau formée en ajoutant du cyclohexane qui forme avec l'eau et l'alcool un mélange azéotrope (17 alcool, 7 eau, 76 cyclohexane) passant à 62°,1 et qui se condense dans un décanteur (du type tube récepteur de l'appareil Kean et Stark) en se séparant en deux couches : la couche inférieure principalement formée d'eau et d'alcool, la couche supérieure formée d'alcool et de cyclohexane et refluant sans arrêt dans le ballon où se fait la réaction. Nous avons pu arriver ainsi à un rendement voisin de 80 %.

Nous avons étudié l'action de l'acide sulfurique sur d'autres alcools primaires linéaires, sur des alcools primaires ramifiés, sur des alcools secondaires et tertiaires (alcools propylique, butylique, isoamylique, butylique secondaire, butylique tertiaire), complétant ainsi le seul travail fait à notre connaissance dans ce sens par Krüger (2), qui a obtenu en 1893 du propylsulfate acide de baryum et le sel de strychnine. En observant les mêmes précautions que ci-dessus, nous sommes arrivés à de bons rendements pour les alcools primaires linéaires, et avons constaté que ce rendement diminue rapidement avec la complication du radical alcoyle et indique nettement un empêchement stérique introduit par les groupes méthyl.

---

(1) *Ber. d. chem. Ges.*, **28**, 1895, p. 31.

(2) *Ibid.*, **26**, 1893, p. 1203.

Les sels de l'acide sulfovinique et des autres éthers se présentent sous un aspect gras et sont, sauf quelques rares exceptions (comme les sels cobalteux et manganeux), altérables à l'air. Ces caractères sont encore plus accentués avec les sels dérivés des alcools secondaires et tertiaires. En les faisant cristalliser dans un excès d'alcool correspondant et en les déshydratant au vide sulfurique, nous sommes arrivé à les produire sous une forme très stable. Ainsi les cristaux *stabilisés* de sulfovinate de potassium, de sodium, de baryum, de calcium, les sulfate, propylate, butylate$_1$, butylate$_2$, butylate$_3$ de calcium et de baryum peuvent rester plusieurs semaines à l'air sans tomber en déliquescence. Avec la solution aqueuse portée à l'ébullition du sulfovinate de potassium aussi bien sous sa forme courante que sous sa forme *stabilisée*, nous n'avons pas observé le phénomène de décomposition signalé, auquel Kolbe a proposé de remédier par l'addition de quelques gouttes de potasse. Gerhardt ([3]) a signalé que lorsqu'on fait bouillir la dissolution de sulfovinate de baryum, elle se trouble et devient acide, et que si on la sature par du carbonate de baryum, qu'on la filtre et qu'on l'évapore, on obtient un sel qu'il considère comme un isomère de l'éthylsulfate de baryum et auquel il donne le nom de parathionate barytique.

Or nous n'avons pas non plus observé ce phénomène avec nos cristaux d'éthylsulfate de baryum. Après nous être assuré par plusieurs méthodes de dosage de la pureté de nos produits, nous sommes amené à supposer que l'instabilité signalée des sels de potassium et de baryum en solution aqueuse est due sans doute au cours de leur préparation à une neutralisation incomplète de l'acide éthylsulfurique, ce dernier, porté à l'ébullition, ayant tendance à se décomposer en alcool et en acide sulfurique. De même, quand Berthelot signale que l'éthylsulfate de calcium obtenu au moyen du gaz oléfiant est plus stable que celui obtenu à partir de l'alcool, nous nous demandons si ce n'est pas pour la même raison de neutralisation incomplète dans le deuxième mode d'obtention. En tout cas, notre éthylsulfate de calcium *stabilisé*, préparé à partir de l'alcool, est parfaitement stable à l'air et en solution aqueuse portée à l'ébullition.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une préparation simultanée du chlorure et du sulfate neutre d'éthyle*. Note ([1]) de M. **Léonce Bert**, présentée par M. Paul Pascal.

Le chlorure et le sulfate neutre d'éthyle, agents usuels d'éthylation, se fabriquent séparément.

Nous avons trouvé une préparation simultanée de ces deux réactifs dans l'action de la chlorhydrine sulfurique sur l'oxyde d'éthyle.

A vrai dire, ce procédé a déjà été proposé par Mc Lang comme le meilleur

---

([3]) *Comptes rendus des travaux de Chimie*, 1845, p. 176.

([1]) Séance du 25 mars 1946.

mode d'obtention du sulfate neutre d'éthyle [2]. Le rendement atteindrait en effet 92 à 96 %. Comme les matières premières sont peu coûteuses et que le mode opératoire est simple, on ne s'expliquerait pas le prix élevé du produit si l'auteur n'avait signalé que la réaction principale

$$SO_2HCl + (C_2H_5)_2O = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

est accompagnée de réactions secondaires qu'il n'a point débrouillées et que nous avons reconnues productrices de chlorure d'éthyle en quantité si notable qu'elles constituent une nouvelle préparation de ce corps, si bien que les hauts rendements de Mc Lang nous semblent se référer, en fonction du vide [3], plutôt aux rendements de la distillation du sulfate neutre d'éthyle brut qu'à ceux de sa préparation.

Quoi qu'il en soit, voici le résumé de nos observations :

Lorsqu'on ajoute goutte à goutte, en refroidissant, $1^{\text{mol-g}}$ de chlorhydrine sulfurique à $1^{\text{mol-g}}$ d'éther anhydre, les deux corps s'unissent avec sifflement et dégagement de chaleur. Le produit incolore formé peut être porté à 55° sans que l'éther reflue ni que ClH se dégage, preuve de combinaison intégrale, probablement du type oxonium $\begin{matrix}C_2H_5\\C_2H_5\end{matrix}\!\!>\!O\!<\!\!\begin{matrix}SO_3H\\Cl\end{matrix}$ Versé dans l'eau froide, il est aussitôt décomposé en alcool, qui reste dissous et en chloro sulfonate d'éthyle insoluble, inattaqué, qui tombe au fond et se manifeste par son agressivité pour le nez et les yeux. En élevant lentement la température du complexe ci-dessus, on le voit entrer en ébullition. Il se dégage à ce moment un gaz qui brûle avec une flamme éclairante si peu bordée de vert qu'on la peut prendre pour une flamme d'éther ou d'éthylène. Il s'agit pourtant de chlorure d'éthyle, masqué par du gaz chlorhydrique : en déplaçant l'orifice libre du tube abducteur sous l'eau d'une cuve, on se débarrasse de ClH et les bulles qui crèvent en surface, enflammées, montrent des feux follets verts qui fond de ce mode de production extemporanée de C_2H_5Cl une très jolie expérience de cours (à cet effet, il suffit de mélanger dans un tube à essais $3^{\text{cm}^3},5$ de SO_3HC_1 avec 5^{cm^3} d'éther et de chauffer vers 80°). En continuant à chauffer, on voit le mélange incolore devenir successivement jaune, orangé, rouge, brun, noir et le débit du gaz diminuer à mesure que la teinte fonce.

Nous avons identifié les produits de réaction suivants :

$$ClH,\quad SO_4H_2,\quad C_2H_5OH,\quad C_2H_5Cl,\quad SO_2\!<\!\!\begin{matrix}Cl\\OC_2H_5\end{matrix},\quad SO_4HC_2H_5,\quad SO_4(C_2H_5)_2,$$

avec des traces de CO_2 et SO_2.

La genèse de ces nombreuses substances s'explique fort bien par l'ensemble de réactions

$$SO_3HCl + (C_2H_5)_2O = \begin{matrix}C_2H_5\\C_2H_5\end{matrix}\!\!>\!O\!<\!\!\begin{matrix}SO_3H\\Cl\end{matrix}$$

$$(C_2H_5)_2O\!<\!\!\begin{matrix}SO_3H\\Cl\end{matrix} = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

$$(C_2H_5)_2O\!<\!\!\begin{matrix}SO_3H\\Cl\end{matrix} = SO_4HC_2H_5 + C_2H_5Cl$$

$$2SO_4HC_2H_5 = SO_4(C_2H_5)_2 + SO_4H_2$$

---

(2) Mc Lang, *The Chemical Trade Journal*, 83, 1928, p. 143.

(3) Le sulfate neutre d'éthyle est altérable par la chaleur.

et

$$(C_2H_5)_2O{<}{}^{SO_3H}_{Cl} = SO_2{<}{}^{Cl}_{OC_2H_5} + C_2H_5OH$$

$$SO_2{<}{}^{Cl}_{OC_2H_5} + C_2H_5OH = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

$$SO_4(C_2H_5)_2 + ClH = SO_4HC_2H_5 + C_2H_5Cl$$

$$SO_4HC_2H_5 + ClH = SO_4H_2 + C_2H_5Cl$$

L'acide SO_4H_2 formé engendre, par carbonisation, le peu de CO_2 et de SO_2 observés. Pratiquement, on lave les gaz à l'eau pour retenir ClH, puis avec une solution alcaline pour arrêter CO_2 et SO_2, on dessèche enfin par SO_4H_2 et condense le chlorure d'éthyle dans un récipient entouré d'un mélange réfrigérant. On peut encore le retenir et le conserver dans de l'oxychlorure de phosphore qui en dissout une centaine de fois son volume à la température ordinaire; en réglant le chauffage de la solution, C_2H_5Cl sec s'en échappe à la vitesse que l'on veut (inédit).

Le sulfate neutre d'éthyle s'obtient par distillation dans le vide du résidu du ballon-laboratoire.

On recueille à peu près autant de molécules de chlorure d'éthyle que de molécules de sulfate neutre d'éthyle.

Le rendement global n'atteint en moyenne que 50 %, mais il est néanmoins acceptable, étant donné : 1° le bon marché des réactifs; 2° la simplicité et la rapidité de la préparation.

CHIMIE DES COMPLEXES. — *Étude spectroscopique de la formation de complexes entre le glycocollate de sodium et le chlorure mercurique.* Note de Mlle **Suzanne Dubois**, présentée par M. Paul Pascal.

Le chlorure mercurique [1] peut donner un précipité avec des solutions d'acides aminés, en présence d'un hydroxyde alcalin ou alcalino-terreux. Ce précipité, qui contient Hg, Cl, N et le métal de la base, ne paraît toutefois pas constituer une substance homogène.

Il m'a paru intéressant d'entreprendre une étude systématique des complexes du glycocollate de sodium et du chlorure mercurique, en utilisant la méthode des variations continues appliquée à l'absorption [2].

J'ai opéré dans l'ultraviolet, avec un spectrographe Hilger et une lampe à hydrogène Chalonge et Lambrey.

Le spectre des deux constituants purs, à une concentration donnée et ceux de leurs mélanges, ont été pris sur une même plaque en opérant avec la même cuve et avec des temps de pose identiques.

On trace la courbe donnant l'absorption en fonction de la composition du mélange pour

---

(1) Hubert B. Vickery et William G. Gordon, *J. Biol. Chem.*, **103**, 1933, pp. 543-547.

(2) P. Job, *Comptes rendus*, **180**, 1924, p. 928.

différentes longueurs d'onde (de 0μ,25 à 0μ,29), puis la courbe des écarts avec la loi d'addivité. Cette dernière courbe passe par un maximum dont l'abscisse fixe la composition maximum. En opérant avec des mélanges équimoléculaires, on fixe la proportion même des deux constituants dans le complexe.

Avec des solutions équimoléculaires N/5 et N/10, on observe un maximum de l'absorption, très accentué, pour 33 % de sublimé, quelle que soit la longueur d'onde utilisée. Aux concentrations N/40, N/80, N/160 les courbes des écarts à la règle des mélanges passent par un maximum fixe pour 66 % environ de chlorure mercurique. Avec des solutions N/250 et N/400 la courbe se modifie encore et présente, à la fois, un minimum et un maximum, respectivement pour 33 et 66 % environ de sublimé.

L'allure des spectrogrammes subit donc de grandes modifications avec la dilution, ce qui permet de supposer la formation de plusieurs complexes. Cependant, dans l'intervalle de dilution N/40 à N/160, la composition maximum reste indépendante à la fois de la concentration et de la longueur d'onde utilisée; on peut ainsi identifier un seul complexe absorbant qui correspond à deux molécules de Cl_2Hg pour une de $CH_2NH_2CO_2Na$. L'étude des solutions non équimoléculaires permet de calculer la constante d'équilibre K et de contrôler les résultats obtenus avec les solutions équimoléculaires.

Désignons par Γ et $\Gamma' = p\Gamma$ les concentrations en glycocollate de sodium et en sublimé. Mélangeons un volume x du second à un volume $1 - x$ du premier et cherchons pour quelle valeur de x la concentration z du complexe dans la solution est maximum.

Supposons qu'il se forme un composé d'addition

$$CH_2NH_2CO_2Na + 2Cl_2Hg \rightleftharpoons CH_2NH_2CO_2Na,\ 2Cl_2Hg,$$

K est donné par la formule

$$K = \frac{\Gamma 2p[(p+2)x-2]^3}{(p-1)^2(2-3x)}.$$

L'expérience donne pour K les valeurs suivantes :

Concentration en			Composition	
$CH_2NH_2CO_2Na$	Cl_2Hg		maximum	
Γ.	Γ'.	p.	x.	K.
1/100	1/40	2,5	0,65	$1,78.10^{-3}$
1/200	1/40	5	0,643	1,72
1/250	1/80	3,125	0,661	1,75
1/300	1/40	7,5	0,643	1,90

Les valeurs sont concordantes et voisines de $1,75.10^{-3}$ (3).

(3) On doit éliminer l'idée d'un composé de substitution, car les valeurs trouvées pour K ne seraient pas acceptables.

Dans le domaine N/5 à N/10 [4], un autre complexe paraît se former : il correspondrait à deux molécules de $CH_2NH_2CO_2Na$ pour une de Cl_2Hg.

On peut conclure que le glycocollate de sodium donne des complexes avec le chlorure mercurique.

Dans les limites de dilution N/40 à N/160, 2 molécules de Cl_2Hg réagissent sur une molécule de $CH_2NH_2CO_2Na$ pour donner un composé d'addition $CH_2NH_2CO_2Na, 2Cl_2Hg$, et l'on a

$$(5) \qquad K = \frac{C_{gly} \times C_2Cl_2Hg}{C_{gly} \times 2Cl_2Hg} = 1,75 \times 10^{-3}.$$

Un autre complexe, moins riche en chlorure mercurique, se formerait en solution plus concentrée.

PÉDOLOGIE. — *Sur l'évolution de quelques types de sols dans les secteurs parisien et ligérien.* Note [1] de M. **Philippe Duchaufour**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

J'ai décrit [2] un certain nombre de types de sols observés dans les secteurs parisien et ligérien et établi les relations entre le profil pédologique et la végétation.

L'évolution de ces sols offre des particularités résumées ci-après.

a. Processus de la podzolisation. — Il semble se faire en trois phases, les deux premières sont forestières, la troisième est liée à la lande.

Première phase, lessivage des bases, désaturation du complexe absorbant.

Deuxième phase, migration du complexe électropositif argile-fer, en milieu acide; elle débute lorsque le pH est déjà assez bas; il se forme un horizon d'accumulation ferrique ou de Gley (sols podzoliques). Ces deux phases sont ralenties par l'abondance de la couverture morte, et la présence de Charme ou de Hêtre, à feuilles riches en chaux, qui concentrent ainsi des éléments basiques en surface et maintiennent l'humus doux.

Troisième phase (lande ou pineraie), l'humus acide des Pins et des Bruyères joue le rôle essentiel : il donne des colloïdes organiques, d'abord des acides créniques, solubles et incolores, qui migrent en premier, puis des acides humiques (complexes lignoprotéiques), moins solubles et de couleur noire, qui migrent ensuite; ces éléments décomposent les silicates du sol, entraînent

---

[4] On ne peut opérer avec des solutions équimoléculaires plus concentrées à cause de la faible solubilité du chlorure mercurique.

[5] Le symbole C_{gly} représente une molécule de glycocollate de sodium.

[1] Séance du 25 mars 1946.

[2] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 808.

les sesquioxydes (surtout oxydes de fer) et laissent sur place de la silice libre (horizon A_2 cendreux); en profondeur, il se forme soit de l'alios humique, soit un horizon B_1 humique.

b. Variations de l'évolution suivant les séries. — Première série, la migration des bases, de l'argile, du fer, est faible en raison de l'imperméabilité. L'acidité de l'humus est due au défaut d'aération; l'humus formé par les *Sphagnum* s'accumule en surface.

Deuxième série [phase forestière (A, B)], la migration de l'argile et du fer aboutit à la formation d'un niveau imperméable *le Gley*. Phase lande (C) : les acides crêniques plus solubles migrent seuls et forment l'horizon A_2 cendreux. On observe rarement une accumulation humique.

Troisième série [phase forestière (A, B)], la migration des argiles et du fer donne un horizon B ferrique plus perméable. Phase lande (C, D), les acides créniques migrent d'abord et rendent A_2 cendreux, les acides humiques noirs migrent ensuite et forment un horizon d'accumulation humique plaqué sur l'horizon ferrique de la Chênaie.

Quatrième série [phase forestière (A)], la migration de l'argile et du fer forme un horizon B ferrique, profond et diffus en raison de la grande perméabilité. Phase lande (B, C) : les colloïdes humiques migrent rapidement, masquent l'horizon A_2 et forment un alios peu compact par cimentation des grains de sable; en dessous se trouve l'ancien horizon ferrique de la Chênaie; l'horizon A_2 n'est jamais cendreux, car les éléments sont trop gros pour être attaqués par l'humus.

c. Évolution de la végétation. — La forêt tend à maintenir son sol en bon état (sol brun lessivé), surtout s'il y a du Charme et du Hêtre.

Deux circonstances défavorables peuvent provoquer un début de dégradation du sol forestier : 1° la remontée du plan d'eau pour les séries 1 et 2; 2° un excès de perméabilité favorisant le lessivage des bases (séries 3 et 4).

La dégradation du sol a en général pour cause une action biotique violente (incendie, coupe très claire) provoquant la disparition de la forêt. Si le sol est en mauvais état pour une des deux causes précédentes (sol podzolique), il y a envahissement par les Éricacées, qui empêchent la réinstallation des arbres feuillus par leur concurrence, et achèvent la dégradation du sol par les acides humiques produits.

La forêt feuillue peut-elle se reconstituer ? Cette reconstitution se heurte à deux obstacles : la concurrence mécanique des Bruyères, Fougères, Molinie et la difficulté pour les racines des semis de traverser la couche fibreuse de l'horizon A_0 s'il est épais. Le Pin sylvestre, au début, a un rôle favorable, car il élimine les Bruyères par son couvert; si A_0 est peu épais (moins de 5^{cm}), le Chêne peut se réinstaller; mais à la longue le Pin dégrade le sol à son tour, par son humus acide. J'ai partout constaté que le Chêne ne pouvait se réinstaller sous le Pin sur les podzols humiques; cette réinstallation paraît facile sur les

sols podzoliques, plus ou moins aléatoire au contraire sur les podzols cendreux, suivant l'épaisseur des horizons humifères.

GÉOLOGIE. — *Du Cambrien en Afrique.* Note de MM. **Raymond Furon**, **Conrad Kilian** et **Nicolas Menchikoff**.

On a signalé récemment la découverte de Stromatolithes du genre *Conophyton*, au Sud de Tinjdad, à la lisière septentrionale du Sahara marocain ([1]). Ces *Conophyton* ([2]) s'y trouvent au sommet de dolomies discordantes sur du Cristallin et appartenant à du Géorgien indiscutable.

Cette découverte nous a incités à une révision des formations à Stromatolithes connues en Afrique, en allant du Nord vers le Sud. Ce principe a été fécond pour la stratigraphie du Primaire africain, qui a vraiment pris corps par des découvertes successives de fossiles et de discordances dans les territoires français du quart NW de l'Afrique.

Au Sud et au long de la dorsale cristalline du Sahara occidental, en discordance (la Discordance tassilienne) sur ce cristallin, avec ou sans interposition d'arkoses, on trouve sur plus de 1500^{km}, de Grisim à Atar et au delà, des dolomies à *Collenia* et *Conophyton* ([3]).

A 1500^{km} plus au Sud, sur le bord méridional du vaste plateau de terrains primaires de Mauritanie et du Soudan, près de Bobo Dioulasso, dans des marbres dolomitiques, qui, par l'intermédiaire de grès, surmontent la Discordance tassilienne, on trouve encore des *Collenia* ([4]).

Après 350^{km} d'interruption, cette couverture primaire reprend en Gold Coast. Dans les Couches d'Oti, à la base et toujours au-dessus de la grande discordance sur le Cristallin, on rencontre des *Collenia* dans des calcaires ([5]).

A environ 2000^{km} plus au Sud-Est, au Congo français, entre Loutété et le Niari, on a signalé récemment des Stromatolithes ([6]), dans des calcaires dolomitiques appartenant à la « série schisto-calcaire », elle-même toujours en discordance sur le socle cristallin.

Enfin, en Afrique du Sud, des Stromatolithes, rapportées au genre *Collenia* ([7]), se trouvent aussi dans les dolomies du Système du Transvaal, discordant sur les Schistes cristallins et les conglomérats du Witwatersrand.

([1]) L. Clariond *in* N. Menchikoff, *C. R. Somm. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 208.

([2]) Genre récemment créé pour les formes du Cambrien de Sibérie orientale. Voir V. P. Maslov, *Problems of Paleontology*, II et III, Moscou, 1937, p. 334.

([3]) N. Menchikoff, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1237.

([4]) R. Furon, *C. R. Somm. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 181.

([5]) N. R. Junner, *Bull. Gold. Coast. Geol. Surv.*, II, 1940, p. 26.

([6]) H. P. T. Hyde in Legoux, *Bull. Service Mines A. E. F.*, 1943, p. 22.

([7]) A.-L. du Toit, *The Geology of South Africa*, 1939, p. 112.

Nulle part les grandes mises en place de granite n'intéressent les formations situées au-dessus de la discordance, donc les couches à Stromatolithes. Partout c'est la même discordance fondamentale, celle que nous avons appelée *Discordance tassilienne* (8) dans le Sahara. [Nous rappelons que cette discordance peut se placer soit directement sous le Cambrien objet de la présente Note, soit au-dessous d'une série détritique, plus ou moins plissée (genre Tarkwaien), localement discordante sous le Primaire.]

En constatant ces identités dans les différents domaines : faciès, conditions stratigraphiques et cortège lithologique, nous sommes conduits à affirmer avec certitude que toutes ces formations à Stromatolithes sont cambriennes, comme celles duSud marocain qui sont incontestablement géorgiennes (9).

A ce qui précède, il convient d'ajouter que du côté du Congo belge, on a découvert d'abord des *Conophyton* dans le Schisto-calcaire (10) et ensuite des couches à *Collenia* et *Conophyton* dans le Schisto-dolomique du Katanga. Or, A. Jamotte (11) vient d'établir les équivalences suivantes : Schisto-dolomique du Katanga = Schisto-calcaire du Bas-Congo = Système du Transvaal. Nous ne discuterons pas ici ces équivalences, mais pour les raisons exposées précédemment, nous estimons qu'il est impossible d'affirmer, comme cela a été fait, que ces couches à Stromatolithes soient précambriennes.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur l'intensité du champ magnétique terrestre, en France, à l'époque gallo-romaine.* Note de M. **Émile Thellier** et Mme **Odette Thellier**, présentée par M. Charles Maurain.

Poursuivant nos recherches sur la détermination de l'intensité du champ magnétique terrestre à partir de l'aimantation thermorémanente des terres cuites, nous avons entrepris l'étude de matériaux gallo-romains. Les résultats qui suivent se rapportent à des fragments de briques anciennes prélevées sur l'amphithéâtre de Fréjus (Var) et les thermes dits de Julien, à Paris (Musée de Cluny).

La méthode générale suivie est celle que nous avons utilisée antérieurement (1), mais avec des additions importantes. Au lieu de conduire l'étude de chaque échantillon avec deux températures de réchauffement seulement, 60°

---

(8) C. Kilian, *C. R. XIIIe Congrès géologique international*, Bruxelles de 1922 (1925), p. 897.

(9) R. Furon, *Paléogéographie*, 1941, p. 351 ; *Ressources minérales en Afrique*, 1944, p. 40.

(10) E. Polinard, *Ann. Soc. Géol. de Belgique*, 52, 1928, p. 31, pl. II.

(11) *Comité spécial du Katanga*, Élisabethville, (1941), 1944.

(1) *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 382-384.

et 670°, nous avons procédé par chauffes successives, à des températures croissantes, t_1, t_2 . . . 670°, suivies de refroidissements dans le champ terrestre actuel. A partir des propriétés magnétiques des terres cuites que nous avons établies ([2]), principalement cette sorte de réversibilité de l'aimantation thermorémanente qu'elles présentent ([3]), on montre facilement que chaque intervalle de température $t_n - t_{n'}$ peut fournir une valeur du champ terrestre ancien. Cette valeur n'est constante pour tous les intervalles de température et pour les différents échantillons que si les terres cuites en essai satisfont à un ensemble de conditions ([2]). Le fractionnement de la chauffe de désaimantation peut donc, inversement, renseigner sur les qualités des objets étudiés. Il est intéressant à deux points de vue. D'une part il permet de déceler et d'éliminer l'effet des réchauffements accidentels subis par les matériaux d'une construction incendiée ([4]); d'autre part il fournit un nouveau critère évident d'insensibilité minéralogique des terres cuites aux réchauffements qu'on leur impose. Le critère, que nous utilisions jusqu'ici, égalité des moments acquis dans le champ actuel après deux réchauffements successifs à 670°, ne révèle pas une modification chimique qui serait complète dès le premier réchauffement.

Résultats. — 1° *Amphithéâtre de Fréjus*. — Huit fragments ont été choisis, dans des parties en bon état de conservation, en des points variés de cette vaste et, semble-t-il, très homogène construction. Six de ces fragments ont satisfait remarquablement aux deux critères de stabilité; les deux autres ont été éliminés, mais on ne changerait pas le résultat final de façon appréciable en les conservant. Les quotients de l'aimantation ancienne (pour l'intervalle 100°-670°) par l'aimantation nouvelle acquise dans le champ 0,404 gauss du four, présentent une certaine dispersion, de 1,47 à 1,79; leur valeur moyenne 1,643 conduit à 0,66 gauss pour valeur du champ ancien.

2° *Thermes de Cluny*. — Sur un mur épais formant le côté NE d'une sorte de grande niche située dans l'angle SW du tepidarium, on a prélevé six échantillons, en deux points. Tous satisfont bien à l'ancien critère de stabilité. L'étude par intervalles de température montre que le réchauffementt dû à un incendie, dont les traces archéologiques sont connues, n'a pas dépassé beaucoup 120° au point de prélèvement. Les quotients de l'aimantation originelle par l'aimantation nouvelle (pour l'intervalle 180°-670°) sont dispersés entre les valeurs 1,43 et 1,99. Cette forte dispersion, due pour une faible part aux erreurs de mesure provenant de la forme très irrégulière des fragments, vient surtout d'un défaut que nous connaissions ([5]), la faculté

([2]) L'ensemble des propriétés que nous avons dégagées d'une étude expérimentale détaillée n'a été jusqu'ici exposé que dans une Notice sur les Titres et Travaux de l'un de nous, Paris, 1941.

([3]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, pp. 1019-1022.

([4]) *L'Astronomie*, **56**, 1942, pp. 65-69, 89-93, 100-104.

([5]) *Ann. de l'Institut de Physique du Globe*, **16**, 1938, pp. 157-302 (voir § **76**, 3°).

de ces terres cuites de prendre à froid des aimantations rémanentes importantes dans un champ aussi faible que le champ terrestre. On peut montrer que ce défaut entraîne une certaine dispersion des quotients individuels, sans modifier notablement leur valeur moyenne. Cette moyenne 1,77 conduit à 0,71 gauss pour valeur du champ ancien.

Conclusions. — Les deux intensités ainsi trouvées, 0,66 et 0,71 gauss, se rapportent malheureusement à des dates qu'il nous a été impossible de préciser. Les archéologues ne sont pas d'accord sur l'âge des monuments étudiés et nous n'avons pas pu trouver en France de construction gallo-romaine mieux datée. L'écart appréciable de ces deux nombres a-t-il une signification ? Il pourrait venir de la différence des latitudes des deux lieux, pour lesquels les intensités sont actuellement 0,44 et 0,46 gauss environ (et les inclinaisons magnétiques 60° et 65° environ). Mais notre étude donne aussi l'inclinaison magnétique ancienne et nous avons trouvé, aux deux endroits, sensiblement la même valeur, 61°; de sorte qu'il faut admettre que Fréjus, à l'époque de l'édification de son amphithéâtre, et Paris, à l'époque de la construction de ses thermes, étaient sensiblement à la même latitude magnétique. C'est donc plutôt un changement dans le moment magnétique de la terre entre ces deux époques, qui pourraient alors être assez distantes, qu'il faudrait invoquer. La précision des mesures, surtout pour la série Cluny, ne permet sans doute pas une telle affirmation.

Quoi qu'il en soit, un résultat net est acquis : l'intensité du champ magnétique terrestre à l'époque gallo-romaine était, en France, beaucoup plus forte que l'intensité actuelle ([6]), plus forte aussi que celle trouvée à Lille au xve siècle ([1]); les latitudes magnétiques de la France d'aujourd'hui étant de l'ordre de grandeur de celles des anciennes Lutèce et Forum Julii, on peut dire que le moment magnétique du globe a subi une réduction importante depuis les quinze ou vingt siècles qui nous séparent de la cuisson des objets étudiés.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur la perturbation magnétique exceptionnelle du 28 mars 1946.* Note de M. **Gaston Gibault**, présentée par M. Charles Maurain.

Le mois de mars 1946 a été marqué par une situation magnétique très agitée, au cours de laquelle furent relevés 6 débuts brusques, dont l'un, celui du 28, très intéressant par sa netteté et son aspect particulier sur la composante horizontale, a été accompagné de variations considérables rarement observées

---

([6]) Nous avons montré que les causes d'erreur qu'on pourrait invoquer contre ces mesures (une désaimantation progressive des terres cuites anciennes par exemple) jouent toutes dans le sens qui diminue la valeur trouvée pour l'intensité du champ ancien.

en France. Reconstituée d'après les magnétogrammes des enregistreurs La Cour et Mascart de l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret), l'agitation commence à $6^h 35^m$ par un début brusque de sens anormal sur H (une diminution, cependant l'enregistreur La Cour à marche rapide indique, comme cela est fréquent, une première élongation plus faible, qui serait de sens normal), puis des courbes qui présentent des pulsations rapides et irrégulières, suivies de pointements violents dont la phase principale persiste de 13^h à 14^h. Les variations sont nombreuses dans cette période de très grande activité; on remarque 4 oscillations doubles dépassant 1° en déclinaison, une variation de 0,00558 en intensité horizontale et des oscillations supérieures à 0,00330 en intensité verticale. L'agitation se manifeste sur les trois éléments jusqu'au 29 à $3^h 50^m$; elle n'est plus que très faible ensuite.

L'amplitude des variations au cours de cet orage magnétique est de 2°06′ pour la déclinaison, 0,00825 C.G.S. pour la composante verticale (environ Z/50), 0,00908 C.G.S. pour la composante horizontale (environ H/22); cette dernière valeur est probablement trop faible d'une dizaine de gammas, le spot lumineux n'ayant pas eu le temps d'impressionner le papier en un point de la courbe en raison de la grande rapidité de la perturbation.

Le magnétogramme de l'enregistreur La Cour à marche rapide, qui permet une étude plus détaillée des variations, présente une phase très remarquable entre $19^h 35^m$ et $19^h 43^m$ au moment du minimun de la déclinaison : les aimants sont animés de mouvements vibratoires à courte période et de très faible amplitude dont l'inscription sur les graphiques dénote un frémissement magnétique ressemblant aux légers frémissements du sol que l'on observe parfois dans l'étude des phénomènes séismiques. Nous avions observé un phénomène semblable lors du grand orage magnétique du 25 janvier 1938.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Vestiges microscopiques des larves d'Échinodermes de l'Oxfordien de Villers-sur-Mer.* Note [1] de Mme **Marthe Deflandre-Rigaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

G. Deflandre a signalé, dans les marnes oxfordiennes de Villers-sur-Mer (Calvados) [2], de très beaux sclérites d'Holothurides. ainsi que des restes calcaires provenant de stades larvaires pélagiques d'autres Échinodermes. J'ai repris l'étude de tous ses échantillons afin d'étendre et de compléter ces données préliminaires.

Dans cette première Note je n'envisagerai qu'une série de parties squelettiques provenant de stades larvaires d'Échinodermes, à l'exclusion des Holothurides, qui feront l'objet d'un autre travail. La détermination de ces restes

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Trav. Stat. Zool. de Wimereux,* **13**, 1938, pp. 147-200, pl. V-XI.

présente quelques difficultés. En effet ils ne figurent pas dans les traités généraux de Paléontologie, non plus que dans les travaux de L. Cayeux, qui s'est borné à représenter quelques sclérites d'Holothurides, à côté d'une documentation concernant uniquement les Échinodermes adultes. Il semble bien que de telles parties squelettiques de larves d'Échinodermes n'ont pas encore été figurées à l'état fossile.

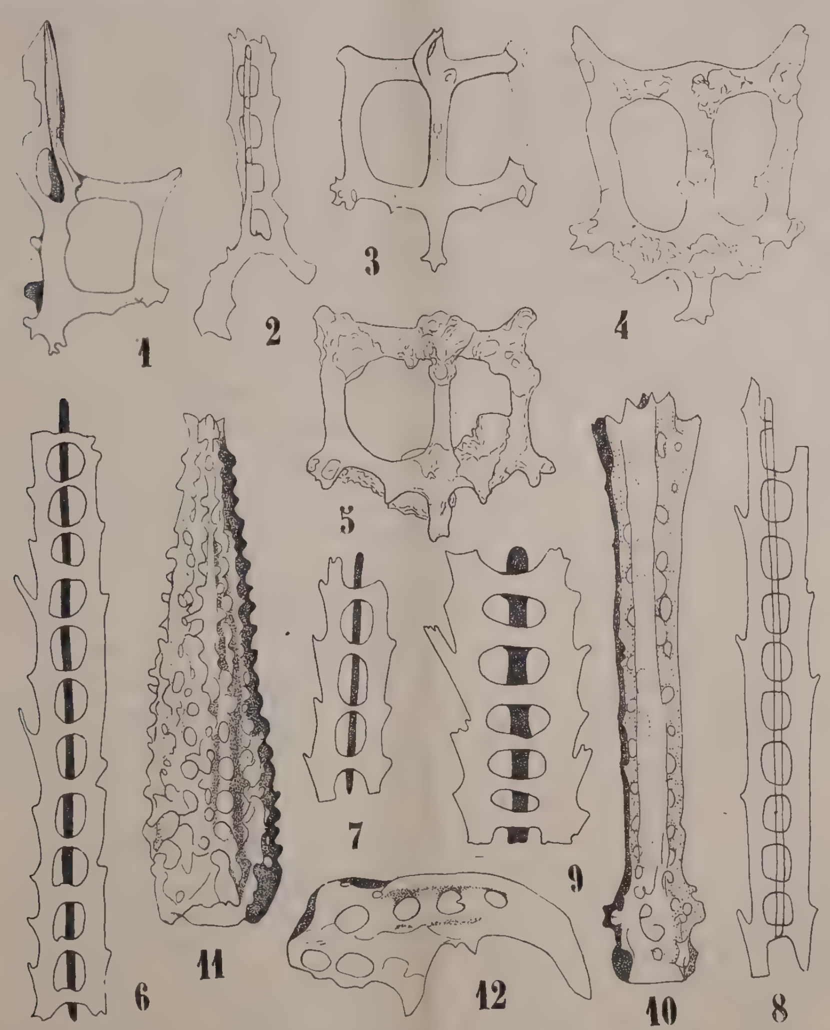


Fig. 1 à 12. — Parties squelettiques de larves d'Échinodermes des marnes oxfordiennes de Villers-sur-Mer. 1, 3 à 5, squelettes incomplets de pluteus; 2, 6 à 8, fragments de baguettes brachiales de pluteus; 9 à 12, très jeunes oursins : 9, 10, piquants embryonnaires; 11, piquant primaire; 12, valve de pédicellaire. Grossissement : 400.

Seules les études embryologiques faites sur les formes actuelles et particulièrement les beaux travaux de Mortensen [3] pouvaient apporter sur elles

([3]) *Mém. Acad. roy. des Sc. et des Lett. de Danemark, Sec. Sciences*, 9e série, 4, 1931, 1; *ibid.*, 7, 1937, 1; *ibid.*, 7, 1938, III.

quelque lumière. L'étude comparative des squelettes de ces larves, et plus spécialement des *Echinopluteus*, m'a conduite à deux conclusions relativement aux problèmes qui se posaient : 1° l'extrême diversité spécifique des jeunes squelettes, leur variabilité au cours du développement larvaire, sont de nature à décourager tout essai de systématisation de la documentation issue des recherches paléontologiques; 2° par contre, une certaine constance dans la structure des divers éléments des squelettes, comme par exemple des baguettes brachiales de pluteus, permet d'homologuer à certaines de ces parties les vestiges fossiles observés. Ainsi la figure 1 correspond à l'anse principale d'un squelette d'*Echinopluteus*, assez analogue à celui de l'actuel *Laganum depressum* (Mortensen, 1938, *fig.* 13 *b*). La figure 2 montre l'embase d'une baguette brachiale classique et les figures 6 à 8, des tronçons très caractéristiques de baguettes brachiales de pluteus appartenant vraisemblablement à une même espèce, peut-être à *Echinobrissus scutatus* d'Orb., l'Échinide le plus commun dans l'Oxfordien de Villers ([1]). C'est également à la partie basale de squelettes de pluteus qu'il faut attribuer les vestiges des figures 3 à 5. La taille et la disposition des parties ajourées du tronçon de baguette de la figure 9 montrent qu'il s'agit d'un fragment d'un long piquant embryonnaire d'un stade correspondant à un très jeune oursin. Le piquant embryonnaire (*embryonal spine* de Mortensen) de la figure 10 est entier, de même que le piquant primaire (*primary spine* de Mortensen) de la figure 11. On sait que les deux types coexistent chez le même individu. Enfin, bien que ne disposant pas d'éléments de comparaison précis, je crois pouvoir considérer la figure 12 comme représentant une des trois valves d'un très jeune pédicellaire. Les types figurés ici sont plutôt rares : les marnes oxfordiennes de Villers m'ont donné, par contre, un bon nombre de plaques ajourées que j'ai attribuées, provisoirement, dans l'ensemble, aux Holothurides, mais parmi lesquelles il en est qui proviennent peut-être d'Échinides ou de Crinoïdes.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la formation des glucosides amers dans les poils glanduleux de certaines plantes.* Note de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons communiqué à l'Académie d'Athènes les résultats de nos recherches, suivant lesquelles un principe amer, trouvé par nous dans l'*Erodium malacoides* Willd., se produit dans des glandes externes. La constatation de ce fait nous a incité à entreprendre d'autres recherches visant à trouver le lieu de formation des glucosides amers dans certains composés.

Cnicus benedictus. — Cette plante herbacée renferme un glucoside amer

([1]) J. Raspail, *Feuille des jeunes Natur.*, 31, 1901, p. 195.

dénommé cnicine. La cnicine s'élabore, d'après nos recherches, dans des poils glanduleux, qui se trouvent sur les deux faces de la feuille, sur la tige et sur la face externe des fleurs. La forme et la grandeur de ces poils glanduleux varient un peu suivant l'organe qui les porte et suivant l'âge de cet organe. En examinant au microscope une coupe de la feuille, nous observons spécialement, sur l'épiderme inférieur, de nombreux poils tecteurs, articulés, et de nombreux poils glanduleux, construits sur le type habituel de ceux des plantes de la famille des Composées. Les poils glanduleux des fleurs sont longs, en forme de massue et sont formés de 12 à 13 étages de deux cellules, dont les inférieures, plus étroites, constituent un pédicelle, lequel est attaché à l'épiderme. La production de sécrétion commence avec le soulèvement de la cuticule de deux cellules apicales. Puis la cuticule se détache de la partie cellulosique des parois du second étage et ensuite des parois de toutes les cellules sécrétrices. Au moment où la sécrétion est à son maximum, les glandes ont la forme d'un sac ovoïde. Elles sont pleines d'un liquide incolore, réfringent et très amer. Les réactions microchimiques mettent en évidence la présence d'huile essentielle dans ces glandes. La partie interne de la tige et des feuilles, la racine et les parties qui n'ont pas de glandes manquent de principes amers. La cnicine donc se forme exclusivement dans les glandes externes.

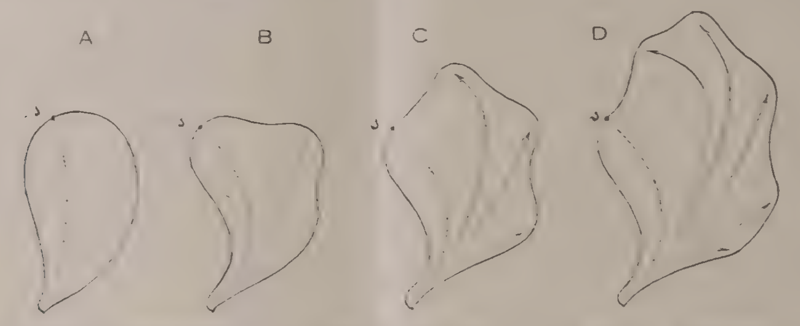
Artemisia Absinthium L. — Cette plante renferme un glucoside amer, l'anabsinthine, de MM. Adrien et Trillat (absinthine de MM. Senger et Bourcet). Cette substance se produit, d'après nos recherches, dans les glandes qui se trouvent sur les deux épidermes de la feuille, sur la tige, sur la face externe des fleurs et sur les bractées. Une coupe de la feuille de cette *Artemisia* montre que les deux épidermes à cellules sinueuses portent des poils tecteurs et des glandes externes. Les poils tecteurs sont pluricellulaires, disposés en forme de T et avec un pédicule de deux à trois cellules. Les glandes sont enfoncées dans des dépressions de tissu épidermique et formées de deux séries verticales de trois à quatre cellules aplaties; elles renferment une huile essentielle. Le produit sécrété, qui s'accumule au-dessous de la cuticule, qui est soulevée et séparée de la partie cellulosique de la paroi des cellules sécrétrices de la glande, est très amer. Le tissu en palissade, qui se trouve en dessous de l'épiderme supérieur et le tissu lacuneux de la feuille, les tissus sous-épidermiques de la tige, la racine et les parties qui n'ont pas de glandes ne contiennent pas de principes amers.

Nous avons constaté la présence de glandes semblables aux précédentes, qui renferment des principes amers et des huiles essentielles dans les espèces suivantes :

Artemisia pontica L., *A. indoviciana* Nutt., *A. maritima* L., *A. tridentata* Nutt., *A. sacrorum* Ledeb., *A. Abrotanum* L., *A. argentæ* (Huk) S., *A. arborescens* L., *A. lina* Berg., *A. sericea* Weber, *A. atra* Willd., *A. splendens* Willd. var. *brachyphyla* Boiss.

MYCOLOGIE. — *La formation des spores anguleuses chez les Agarics rhodosporés.* Note (¹) de M. **Georges Malençon**, présentée par M. Roger Heim.

Selon la règle commune à toutes les spores d'Hyménomycètes, les goniospores des *Rhodophyllus* débutent par un corps fondamental qui est chez elles un ellipsoïde redressé à base étirée (*fig.* 1, A).



Développement d'une rhodogoniospore longiligne (schématisé). Les flèches indiquent la trajectoire des bosses et le pointillé l'axe dévié de l'ellipsoïde fondamental redressé dont on voit le sommet en *s*.

On a vu (²), dans l'ontogénèse du type *Clypeus*, ce corps fondamental continuer à se développer jusqu'à tenir une place prépondérante dans le volume de la spore, et les gibbosités n'être que des annexes secondaires. Ici, au contraire, il se stabilise assez tôt, demeure par conséquent de taille réduite, et le principal de l'organe adulte est formé par l'ensemble des bosses. Dès que ce corps s'est organisé, et même un peu avant dans bien des cas, des bosses s'indiquent, aux environs de son sommet, sur les faces latérales et ventrale. En cours d'évolution, d'autres apparaissent plus bas; il n'y en a jamais au sommet proprement dit ni sur la face dorsale. Leur expansion est considérable mais, du fait même de leur apparition successive, elle n'est pas simultanée; celles du haut se dilatent les premières puis, les unes après les autres, celles des étages inférieurs.

Cette apparition basipète et quasi individuelle des bosses s'accompagne encore chez elles, à mesure qu'elles se développent, d'un redressement de leur masse, tout à fait comparable à celui du corps fondamental. Si l'on reconstitue alors la trajectoire qu'elles décrivent au cours de l'ontogénèse de la spore, on s'aperçoit qu'elles tirent toutes leur origine de la partie inférieure du corps fondamental, dont elles semblent jaillir individuellement, ou en *vagues* successives.

Il se produit ainsi des dilatations intermittentes, brusques, importantes,

---

(¹) Séance du 1er avril 1946.

(²) G. Malençon, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 425.

qui bouleversent le corps fondamental, dont la face antérieure éclate littéralement sous la poussée d'une suite de lentes explosions. En même temps l'accumulation en position ventrale d'énormes hernies auxquelles rien ne répond à l'arrière ([3]) tend à faire perdre à l'organe son assiette primitive. On le voit alors répondre à ces effets par un remarquable phénomène compensateur; poursuivant au delà des limites habituelles son propre redressement, le corps fondamental opère un renversement par lequel, tout en se prêtant mieux au dégagement des bosses, il rétablit son équilibre menacé. Sa région hilaire s'effile, son dos se cambre, et son sommet rejeté en arrière vient constituer une fausse « bosse dorsale supra-hilaire » (*fig.* 1, B).

De par leur position d'origine, les premières bosses formées sont sub-apicales (*fig.* 1, B); quand surgissent celles qui leur font suite, leur redressement les a fait devenir apicales (*fig.* 1, C). Une troisième poussée donne des bosses qui se soulèvent jusqu'au niveau ventral médian, pendant que celles de deuxième génération passent au sommet et que basculent en position apicodosale celles du début (*fig.* 1, D). Une quatrième et souvent même une cinquième poussée ont lieu, provoquant encore des mouvements analogues, mais d'une ampleur peu à peu décroissante.

Transversalement, chaque étage de la gibbospore est composée de plusieurs bosses divergentes et, suivant que celles-ci sont plus ou moins nombreuses, plus ou moins bien individualisées, qu'elles sont divisées, coalescentes, atrophiées ou hypertrophiées, se trouvent réalisés les multiples aspects que l'on connaît chez ces basidiospores particulières.

Cette description très schématisée exprime l'ontogénèse des rhodogoniospores dans ce qu'elle a de plus marqué et, peut-on dire, de plus parfait. Pareille formule, tout à fait extrême, fournit des spores hautes, longilignes, très échafaudées comme celles des *Claudopus byssisedus*, *Leptonia asprella*, *Lep. euchlora*, etc. Mais, déjà même à l'intérieur de ces espèces, et plus encore ailleurs, elle subit souvent des abattements sensibles qui portent sur le rythme d'apparition des bosses et l'atténuation de leur redressement. Sans y atteindre tout à fait, on arrive alors, avec toutes les transitions et combinaisons imaginables, aux environs du synchronisme et du dégagement plus rectiligne des gibbosités. C'est la formule des rhodogoniospores isodiamétriques (*Entoloma* sp., sp.), opposée à la précédente au sein du type *Rhodophyllus*.

Du point de vue morphogénétique, et considérant la commune origine basale des bosses, leur dilatation indépendante, leur redressement, leur forme et leur importance, on est conduit à envisager qu'elles ne sont pas des hernies banales, mais les sommets d'autant de *corps fondamentaux* jaillis en gerbe redressée de la région hilaire ventrale du premier formé d'entre eux. Les goniospores des *Rhodophyllus* seraient donc des spores composées, une sorte de

---

([3]) De part et d'autre du plan de symétrie, les bosses s'équilibrent réciproquement.

bouquet d'éléments simples, virtuellement et peut-être originellement distincts, quoique confondus aujourd'hui en une cellule fonctionnellement et morphologiquement unique.

Elles se montrent donc différentes des spores du type *Clypeus*, mais il serait téméraire, en l'état présent des observations, de conclure qu'elles en sont totalement distinctes. Il est seulement curieux de constater que leur ontogénèse n'est jusqu'ici connue que chez des éléments à pigment rose.

MYCOLOGIE. — *Une actinomycose pulmonaire causée par un organisme acido-résistant nouveau*, Actinomyces funduliformis *n. sp.* Note (¹) de MM. **Auguste** et **René Sartory** et **Jean Bouteille**.

La malade est âgée de 47 ans; en mars 1943 elle souffre d'un abcès dentaire avec forte fièvre, on l'opère en avril et l'on retire de la lésion un pus très abondant, caséeux, jaunâtre, mêlé à du sang; le traitement par les sulfamides est institué et l'affection guérit. L'examen du pus avait révélé la présence d'une série de filaments ténus, plus ou moins longs, ramifiés en certains points; l'étude approfondie de l'organisme montre qu'il s'agit d'un *Actinomyces* acido-résistant, très granuleux, thermophile (poussant jusqu'à + 44°); certains filaments décèlent des formes en saucisses.

Après une année la patiente, en bon état de santé jusqu'en février 1944, commence à tousser et à maigrir; un médecin pose le diagnostic de bronchite chronique, mais, au mois d'avril, d'autres symptômes apparaissent : hémoptysies légères, fatigue générale, sueurs nocturnes; la température oscille entre 37°,5 le matin et 38°,7 le soir. Un spécialiste consulté pose le diagnostic de tuberculose; les examens montrent des éléments acidorésistants nombreux dans les crachats; la radiographie signale une tache sombre étendue à la base du poumon droit; depuis le début de l'affection la patiente a maigri de 11^{kg}; l'état général est mauvais; les deux poumons montrent des cavernes au niveau des sommets. Nous nous proposons de donner ici les caractères généraux de l'organisme.

Dans les crachats, nombreux éléments comparables au *bacille de Koch* isolés ou en courtes chaînettes (2 à 5^{μ} sur $0^{\mu},3$ à $0^{\mu},5$); en outre présence de véritables filaments (10 à 20^{μ} et même 20 à 25^{μ} sur $0^{\mu},4$ à $0^{\mu},5$), montrant en certains points de petites hernies latérales et même des ramifications. L'organisme est très riche en granulations métachromatiques; nous observons fréquemment des éléments en boudins, en saucisses, associés par 3, par 5 ou plus. Présence d'arthrospores en chaînettes.

L'espèce étudiée s'accommode très mal des milieux anaérobies, mais pousse bien en aérobiose; les milieux maltosés, glucosés, saccharosés et mannités lui

(¹) Séance du 1er avril 1946.

sont favorables; aucune culture n'est possible en milieux lévulosés, galactosés et lactosés. La gélatine est liquéfiée; par contre l'organisme n'exerce aucune action sur le sérum coagulé et l'ovalbumine. Il coagule le lait, précipite la caséine et la peptonifie; il ne produit pas de ferments dénitrifiants, ne réduit pas le rouge neutre, donne de l'hydrogène sulfuré et sécrète un pigment noir ébène sur gélose, gélatine, empois d'amidon, et pomme de terre. Son optimum cultural est compris entre + 35° et + 37°.

Les inoculations sous-cutanées et intrapéritonéales avec la culture du parasite déterminent la mort du cobaye (40 jours) et des lapins (70 jours). Les inoculations intrapulmonaires tuent lapins et cobayes en une trentaine de jours. Durant l'évolution de la maladie, les animaux montrent des symptômes marqués : amaigrissement notable, refus de se nourrir, dyspnée forte; hérissement des poils, tristesse, toucher douloureux etc.

L'examen du pus des abcès décèle la présence d'éléments acido-alcoolo-résistants de même forme et mêmes dimensions que le *bacille de Koch*, de formes filamenteuses avec proéminences latérales, d'éléments en saucisses et en massues. Les rétrocultures sont positives.

L'autopsie révèle d'importantes lésions au poumon (foyers hémorragiques, nodules caverneux); le foie, la rate, les reins sont normaux.

L'examen histologique montre des poumons farcis de petits nodules lymphoïdes qui recouvrent presque en totalité le tissu pulmonaire; ces nodules sont bourrés de filaments d'*Actinomyces* souvent renflés en massue (forme de souffrance) ou ramifiés.

Les épreuves de l'agglutination et de la fixation du complément fournissent des résultats positifs.

La malade a été soumise au traitement par la teinture d'iode officinale à doses croissantes durant une période de quatre mois : au cours de cette période la température est tombée et s'est maintenue constamment entre 36°,7 le matin et 37°,2 le soir; le poids a passé de 54 à 68^{kg}.

Par mesure de prudence on a institué durant 2 mois un traitement à l'iodure de potassium (4^{g} par jour pendant 20 jours). Après cette période la malade est cliniquement guérie et ne montre plus de râles, d'essouflement ni de dyspnée.

En considération des propriétés morphologiques, biologiques et biochimiques de l'organisme étudié, nous croyons devoir le ranger dans le groupe des *Actinomycétales microsiphonées, Tribu des Minoræ*. Nous estimons que cette espèce diffère des *Actinomyces* déjà décrits tant par ses propriétés biologiques que par ses caractères morphologiques; par suite de la constance des éléments « en saucisses » trouvés dans les cultures aussi bien que dans les expectorations, nous proposons pour ce microorganisme nouveau le nom *d'Actinomyces funduliformis* n. sp.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'huile des graines de* Xanthoceras sorbifolia *Bunge et* Koelreuteria paniculata *Laxm.* (*Sapindacées*). Note de M. **Victor Plouvier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les *Xanthoceras* et *Koelreuteria* sont des arbustes ornementaux originaires de Chine qui, à notre connaissance, n'ont donné lieu jusqu'à maintenant à aucune recherche d'ordre biochimique. Aussi nous avons jugé utile de les examiner et nous résumons ci-dessous l'étude de l'huile de leurs graines, réservant pour une publication ultérieure la composition glucidique de leurs différents organes.

A la fin d'août, des fruits de *X. sorbifolia*, secs, déhiscents, pesant en moyenne 25^g, donnent 24 % de leur poids de graines (chaque fruit renferme 7 à 8 graines pesant chacune 0^g,9); 100^g de graines donnent 60^g de téguments ligneux et 40^g d'amandes. La poudre d'amandes perd 5 % de son poids par dessiccation; épuisée ensuite par l'éther de pétrole, elle fournit 52 % d'huile. Celle-ci a été privée des dernières traces de solvant par 30 minutes de chauffage à 80° dans le vide.

L'huile obtenue est très fluide, jaunâtre, décolorable à la lumière, inodore, de saveur huileuse, sans goût spécial. Sa densité est d_{15}^{15} 0,915. Son indice de réfraction, déterminé au réfractomètre Féry, est n_D^{12} 1,471. Elle est difficilement congelable et devient opalescente vers —18°. Elle a pour indice d'iode (Hübl) 111, pour indice acide 1,2, pour indice de saponification 183.

Elle est insoluble dans l'alcool méthylique à froid et à chaud. Insoluble à froid dans l'alcool éthylique à 96°, elle se dissout un peu en chauffant : par refroidissement, une opalescence dans la goutte d'huile et dans l'alcool indique une solubilité réciproque de ces deux liquides. Elle est soluble à froid dans l'alcool propylique et les termes supérieurs. De même elle est insoluble dans l'acide formique à froid et à chaud, soluble dans l'acide acétique à chaud seulement, soluble à froid dans l'acide propionique et les termes supérieurs (essais faits avec 1 goutte d'huile dans 1$^{cm^3}$ de solvant). Les huiles de maïs, olive, sésame présentent les mêmes caractères de solubilité.

L'huile de *Xanthoceras* donne une coloration rouge brun clair avec l'acide sulfurique, jaune avec l'acide nitrique, brun noir avec le mélange sulfonitrique.

L'acide nitrique avec vapeurs nitreuses provoque sa solidification, d'où la présence probable d'acide oléique. Elle donne la réaction du cholestérol (Liebermann).

Après saponification, il reste 1 % insaponifiable incolore, sur lequel la réaction de Lieberman est particulièrement intense. Repris par l'alcool à 60° bouillant, cet insaponifiable a fourni des cristaux typiques d'un stérol fondant à 158° (rendement, 0^g,05 de stérol brut pour 10^g d'huile). Les acides gras

forment un liquide jaune clair dans lequel apparaissent des cristaux après repos (point de congélation $+12°$, indice d'iode 118, poids moléculaire moyen 285).

Conservée en flacon bouché, au frais, pendant 1 an, l'huile de *Xanthocera* garde sa fluidité, son même indice d'iode, sa solubilité immédiate à froid dans l'éther et l'éther de pétrole; elle ne présente aucun dépôt. 1^g d'huile, étalée dans un cristallisoir taré de 6^{cm} de diamètre, laissée à la température ordinaire (10-15°) avec agitations fréquentes, n'a pas changé sensiblement de fluidité ni de poids après 8 mois. A 32° il en est autrement : en moins de 6 semaines elle devient visqueuse, son poids augmente de $0^g,07$; elle se transforme peu à peu en une masse solide transparente difficilement soluble dans l'éther de pétrole même à chaud; son indice d'iode est alors très diminué (35).

Mélangée aux aliments, l'huile de *Xanthocera* n'a révélé aucune toxicité chez le Rat; M. Caridroit a bien voulu se charger de cet essai physiologique.

A la fin d'août, des fruits de *Koelreuteria paniculata* secs, déhiscents, pesant en moyenne 1^g, donnent 72 % de leur poids de graines (chaque fruit renferme en moyenne 3 graines pesant chacune $0^g,24$). 100^g de graines donnent 45^g d'amandes contenant 33 % d'eau; des graines sèches fournissent la moitié de leur poids d'amandes sèches. La poudre d'amandes sèches épuisée par l'éther de pétrole a permis d'obtenir 38 % d'huile.

L'huile de *Koelreuteria* est très fluide, d'une belle teinte jaune, inodore, de saveur huileuse, sans goût spécial. Sa densité est d_{15}^{15} 0,9215, son indice de réfraction n_D^{12} 1,474. Elle se congèle à $-12°$. Elle a pour indice d'iode 90, pour indice acide 0,89, pour indice de saponification 190. Ses solubilités et ses réactions colorées sont les mêmes que pour l'huile de *Xanthoceras*; toutefois, la réaction du cholestérol est à peine perceptible.

Après saponification, il reste 1 % d'insaponifiable incolore qui présente la réaction de Liebermann. Bien que le stérol soit en très faible quantité, il a pu être obtenu par cristallisation dans l'alcool à 96°. Les acides gras forment un liquide jaune d'or qui, après repos, laisse apparaître une masse cristalline importante; celle-ci a été recueillie, purifiée et identifiée à l'acide palmitique (PF 62°).

Un gramme d'huile, étalée dans un cristallisoir taré, laissée à la température ordinaire pendant 6 mois, ne montre pas de changement sensible de fluidité ni de poids. Il en est de même à 32° au bout d'un mois. Il s'agit donc d'une huile non siccative.

En résumé, les deux huiles examinées sont faciles à extraire avec un rendement assez élevé, puisque dans chaque cas 100^g de graines sèches ont fourni environ 19^g d'huile. Elles s'ajoutent aux huiles déjà rencontrées chez les graines d'autres Sapindacées appartenant aux genres *Pappea*, *Paullinia*, *Sapindus*, *Schleichera*, *Ungnadia* etc. Elles pourraient présenter éventuellement un intérêt au point de vue industriel ou peut-être alimentaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Étude chimique de* Solanum demissum *Lindl.* Note (¹) de MM. **Charles Sannié** et **Jean Dussy**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Solanum demissum Lindl est une solanée originaire d'Amérique du Sud, introduite en Angleterre en 1848. Voisine de la Pomme de terre, elle produit des tubercules de la grosseur moyenne d'une noisette, impropres à la consommation. Son intérêt réside dans le fait que, peu attaquée par le Doryphore, elle sert de géniteur dans les croisements faits avec la Pomme de terre pour obtenir des hybrides résistant au ravageur. A notre connaissance sa composition chimique n'a pas encore été étudiée.

Les plantes utilisées dans nos essais nous ont été fournies au moment de la défloraison. Dès la récolte chaque organe a été épuisé par l'alcool à 70° bouillant, les extraits secs obtenus, repris par un poids d'eau bouillante égal à celui de la matière fraîche dont ils provenaient et les solutions lavées à l'éther.

Analyse biochimique. — Sur une partie de ces solutions une série d'essais biochimiques effectués suivant la technique de Bourquelot, au cours desquels nous avons utilisé, dans l'ordre, l'invertine, l'émulsine et la rhamnodiastase, nous ont donné les résultats suivants :

		Follioles.	Rachis et tiges.	Tubercules.
$\alpha_D^{20°}$ (tube de 40^{cm})	Initial	$-52'$	$+2'$	$-1°, 20'$
	Après invertine	id.	$-14'$	$-2°, 56'$
	» émulsine	id.	id.	id.
	» rhamnodiastase	id.	id.	id.
SR %	Initial	0	100^{mg}	596^{mg}
	Après invertine	id.	184	1087^{mg}
	» émulsine	id.	id.	id.
	» rhamnodiastase	30^{mg}	192	id.

L'invertine est inactive sur la solution provenant des folioles, mais active sur celle provenant des tiges + rachis et des tubercules. Les indices de réduction enzymolytique (nombre de milligrammes de SR formé, exprimé en glucose, pour un changement de déviation de 1° lu au tube de 2^{dm}, sont respectivement de 630 et de 611, c'est-à-dire voisins de celui du saccharose qui est de 604. On peut donc penser que ce sucre existe dans les extraits et que son taux est voisin de 80^{mg} ($79^{mg},80$) pour 100^{g} dans les tiges et les rachis, et de 933^{mg} pour 100^{g} dans les tubercules.

(¹) Séance du 1 avril 1946.

L'émulsine, agissant après l'invertine, est inactive dans tous les cas.

La rhamnodiastase, inactive sur les extraits des tubercules, est active sur ceux des folioles. Le faible changement de déviation observé ne permet pas de calculer d'indice de réduction enzymolytique, mais on peut penser à la libération d'un holoside réducteur très peu actif sur la lumière polarisée, ce qui est d'ailleurs confirmé par le fait que si, *après avoir détruit la rhamnodiastase par chauffage*, on fait agir à nouveau l'émulsine sur les extraits; cet enzyme, qui initialement était inactif, provoque un changement de déviation vers la gauche et une augmentation du sucre réducteur (essai sur tige et rachis : ΔSR $= 20^{mg}$; $\alpha_D^{20°}$ 4'; essais sur folioles : ΔSR $= 68^{mg}$; $\alpha_D^{20°}$ 14').

Les indices de réduction enzymolytique, qui sont respectivement de 600 et 582, ne correspondent pas à ceux de β-holosides étudiés.

Extraction et identification du rutoside. — Les extraits aqueux restant après prélèvement des quantités nécessaires aux essais biochimiques ont été concentrés à moitié, passés au noir animal et filtrés. Abandonnés au frais, l'extrait provenant des folioles et celui des rachis et tiges ont donné des cristaux jaune verdâtre, qui ont été recueillis et purifiés jusqu'à point de fusion constant (au bloc Maquenne 200°). Le mélange des deux séries de cristaux n'ayant pas amené de changement du point de fusion, nous avons pensé qu'ils étaient identiques et mélangé les deux fractions.

Le corps ainsi isolé se présente sous forme de cristaux vert pâle. Séchés dans le vide à 110°, ils perdent 10,35 % d'eau, qu'ils reprennent par exposition à l'air. Ils fondent instantanément au bloc Maquenne à 200° (rutoside 202°); point de fusion au tube 189-191° (rutoside 188-192°). Le pouvoir rotatoire est voisin de $\alpha_D^{20°}$ —33° dans l'alcool à 50° ($\alpha = 20'$, $p = 0^g,05$, $l = 4$, $v = 20^{cm^3}$) (rutoside —36°).

La vitesse d'apparition du produit de dédoublement est de 9 minutes dans l'essai chronométrique de Charaux (rutoside, 10 min.).

Hydrolyse sulfurique. — $0^g,050$ de produit hydraté chauffé à l'ébullition avec 25^{cm^3} d'acide sulfurique à 3 % pendant deux heures ont fourni $0^g,026$ d'aglucone, soit 52 % (rutoside 50,9 %), fondant au bloc Maquenne à +317° (quercétol +318°) et 27^{mg} d'un mélange de sucre réducteur exprimé en glucose, soit 54 % (le rutoside donne en théorie 51,8 %) dont le pouvoir rotatoire est de α_D +37° ($\alpha = 6'$; $p = 0,027^g$; $l = 4$); $v = 40^{cm^3}$; un mélange équimoléculaire de glucose et de rhamnose correspond à + 32°.

En conclusion les parties aériennes de *Solanum demissum* renferment à côté du saccharose un hétéroside, que nous avons obtenu à l'état cristallisé et qui n'est autre que le rutoside.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Loasacées. Développement de l'embryon chez le* Loasa lateritia *Gill.* Note de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Les lois du développement sont comparables à celles qui président à l'édification de l'embryon chez les Solanacées ([1]).

La tétrade linéaire provient de la segmentation transversale des cellules *ca* et *cb* du proembryon bicellulaire (*fig.* 1 à 3). Les deux éléments supérieurs de la tétrade, *l* et *l'*, fournissent les quadrants, soit en se divisant tous deux longitudinalement (*fig.* 4), soit par cloisonnement transversal de l'un, division longitudinale de l'autre (*fig.* 5 à 7). Par suite, les octants sont généralement disposés en deux étages (*fig.* 8, 9); parfois, *l* ou bien *l'* sont constitués par deux dyades superposées. Pendant ce temps, les éléments provenant de la cellule basale *cb* se cloisonnent transversalement, la cellule *ci* en premier lieu, généralement; c'est le cas dans l'embryon à douze cellules, figuré en 9. La cellule *m* se divise aussi, parfois rapidement (*fig.* 5), plus souvent après *ci*, en deux éléments superposés, *d* et *f*.

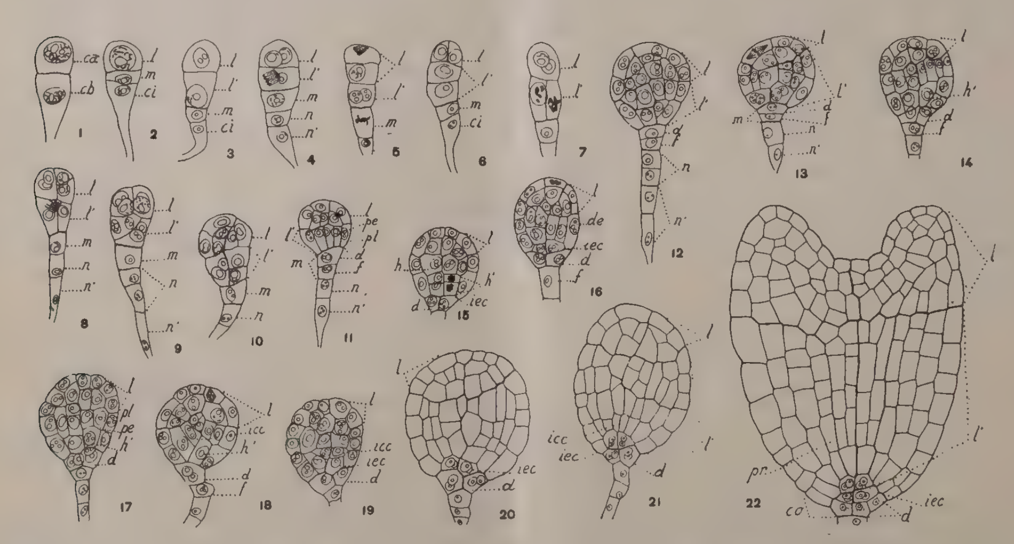


Fig. 1 à 22. — *Loasa lateritia* Gill. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *l* et *l'*, cellules-filles de *ca* ou groupes cellulaires qui en dérivent, génératrices des parties cotylée et hypocotylée; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb*; *d* et *f*, cellules-filles de *m*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *h* et *h'*, premières cellules intérieures superposées de la partie hypocotylée; *iec*, initiales de l'écorce; *icc*, initiales du cylindre central. G. : 300.

Dans les octants supérieurs les cloisons sont normalement périclines, isolant d'emblée

---

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, **170**, 1920, pp. 1125 et 1279; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **69**, 1922, pp. 163, 236, 352 et 555.

le dermatogène (*fig.* 10 et 11 à droite); mais, parfois, elles sont anticlines, à direction horizontale (*fig.* 10, 11, 16 à gauche) et le dermatogène, dans ce cas, ne se trouve individualisé qu'aux divisions suivantes.

Dans les octants inférieurs, le dermatogène se différencie presque toujours par formation de parois tangentielles (*fig.* 11). Des cloisons longitudinales ou transversales apparaissent ensuite dans les cellules intérieures. Les premières parois, dans les octants, peuvent être aussi tout d'abord transversales (*fig.* 10 à d. et 13 à g.), bientôt suivies de cloisons longitudinales. Au terme de ces cloisonnements, l'étage l' apparaît divisé en deux assises (*fig.* 14, 15). Les cellules intérieures de l'assise inférieure subissent des divisions transversales (*fig.* 15), ou obliques (*fig.* 19 à g.), qui conduisent à la différenciation des initiales de l'écorce, vers le bas, des initiales du cylindre central, vers le haut, comme cela se produit de manière particulièrement nette chez la plupart des Solanacées.

La cellule d engendre la partie médiane de la coiffe. Elle produit, par cloisons méridiennes, quatre quadrants qui, en se divisant tangentiellement, isolent deux groupes de quatre éléments superposés (*fig.* 15 à 22). Le groupe inférieur, par une série de cloisons radiales, intervient dans la construction de l'assise la plus externe de la coiffe; le groupe supérieur, par son mode de division tangentielle, fonctionne comme une portion de l'assise calyptrogène. Quant au dermatogène de l'hypocotyle, il contribue, comme chez les Dicotylédones en général, à la formation des parties latérales de la coiffe (*fig.* 22).

Le suspenseur est plus ou moins allongé; il provient en totalité de la cellule f et des éléments n et n', issus de ci.

Par le développement de son embryon, le *L. lateritia* vient se placer dans le 3e groupe de la sous-série **a**, série C, de la première période de la classification embryogénique [2], à côté des *Hyoscyamus*; certaines de ses formes s'apparentent également aux *Solanum* classés dans les 5e et 7e groupes de la même série.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol antagoniste de son iodométhylate*. Note [1] de M. **René Hazard** et Mlle **Élisabeth Corteggiani**, présentée par M. Léon Binet.

Nous avons déjà constaté [2] que l'iodométhylation du para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol (dont le chlorhydrate, utilisé sous le nom déposé de novocaïne, sera désigné ici encore par les lettres P. A. D.) inverse les effets vasculaires de cet ester. Alors que le P. A. D. est en effet vasodilatateur et hypotenseur par suppression du tonus sympathique des vaisseaux, son iodométhylate est sympathomimétique et hypertenseur.

L'opposition des effets de l'un et de l'autre va jusqu'à leur antagonisme : une injection préalable de P. A. D. à dose suffisamment forte empêche d'une manière sensiblement complète l'iodométhylate de produire hypertension et vasoconstriction rénale (*fig.*).

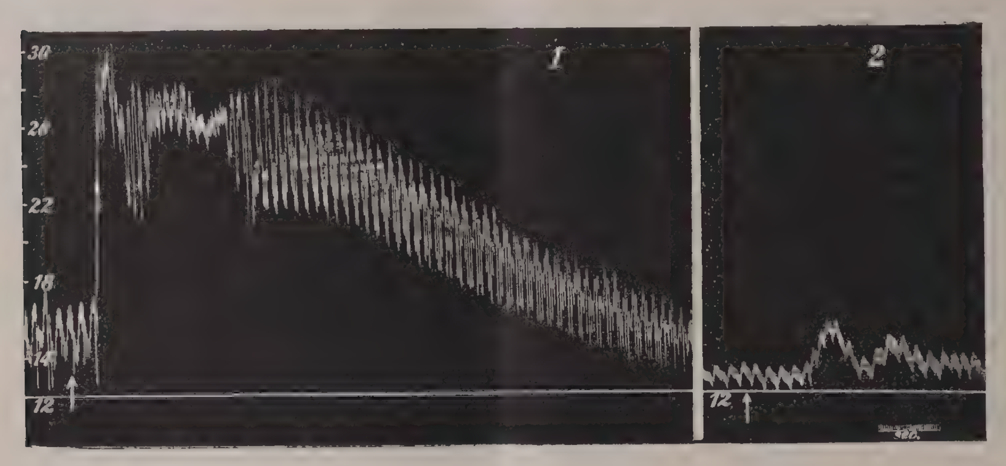
---

(2) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, fasc. 2, Paris, 1939.

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 779.

Cet antagonisme peut s'expliquer d'une manière assez simple : l'iodométhylate se comporte en effet comme un composé nicotinique, c'est-à-dire adrénalinosécréteur et sympathomimétique propre, excitant les ganglions du système nerveux autonome, puis les paralysant (ce qui impose d'ailleurs des précautions expérimentales spéciales quand on veut que ses effets se renouvellent).



Chien ♀ 11^{kg}. Enregistrement de la pression carotidienne. Trait repère de la pression à 12^{cm}, Hg; à droite temps en secondes. En 1, à 17^h35, et en 2, à 18^h18, injection intraveineuse de 1^{mg} par kilog, d'iodométhylate de para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol; entre 1 et 2, à 18^h12 injection intraveineuse de chlorhydrate de para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol. (Tracé réduit de moitié.)

Le P. A. D., au contraire, se rapproche de la spartéine, coupant la conduction au niveau des ganglions autonomes qu'il paralyse sans les avoir préalablement excités.

On comprend ainsi que l'iodométhylate ne puisse plus exercer ses effets excitoganglionnaires quand les ganglions sont inhibés par le P. A. D.

La rapide destruction de cet ester injecté par la voie intraveineuse permet à son iodométhylate de renouveler ses effets après un temps convenable. On constate alors que l'hypertension et la vasoconstriction rénale qu'il produit sont nettement plus marquées que lors de la première injection.

Ainsi l'iodométhylation du para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol engendre un composé dont les effets vasculaires s'exercent dans un sens opposé à celui de cet ester, et sont supprimés par lui.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La notion d'espèce et la systématique des Grillons.* Note de M. **Étienne Rabaud** et Mlle **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Fage.

Les systématiciens décrivent, sous le nom de *Gryllus campestris* L. et de *Gryllus bimaculatus* de Geer, deux formes de Grillons dont la répartition

géographique et le comportement seraient assez différents. Le premier serait commun dans toute la France, le second n'existerait que dans les régions méridionales; seul le premier creuserait des terriers.

Lorsqu'on se reporte aux caractères morphologiques invoqués pour séparer ces deux espèces, on est surpris de constater que les chiffres indiquant les limites de la taille de différentes parties du corps chevauchent généralement et que les descriptions présentent bien des points communs. D'ailleurs L. Chopard (¹) reconnaît que *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus* sont « tellement voisins que certains individus sont parfois difficiles à identifier ». Franz E. Lutz (²), qui a fait un nombre considérable de mesures, en appliquant la méthode biométrique, conclut qu'il n'existe pas d'entité spécifique dans le genre *Gryllus* qui puisse être démontrée par quelque caractère morphologique. Rehn et Morgan Hebard (³) arrivent à des conclusions analogues. Mais Lutz, James H. C. Rehn et Morgan Hebard s'adressent principalement aux espèces américaines. Il nous a paru utile d'étudier à cet égard les espèces de notre continent et spécialement de la Faune française. Nous nous sommes procuré des exemplaires de *Gryllus desertus* Pall., de *Gr. chinensis* Weber et des formes actuellement rattachées soit à *Gr. campestris*, soit à *Gr. bimaculatus* et provenant de diverses régions (Calvados, Loiret, Auvergne, Aveyron, Alpes-Maritimes). Nous limitons cette Note à l'étude des exemplaires du Calvados et du Loiret, parce que ces régions ne posséderaient que *Gr. campestris*.

Nous avons d'abord mesuré les organes utilisés par les systématiciens : longueur du corps, du pronotum, des élytres, des ailes, de l'oviscapte. Nous avons complété ces données par la mesure d'organes utilisés dans de récents travaux de génétique : hauteur de la face, largeur de la tête, largeur de la partie antérieure du pronotum, largeur de la partie postérieure du pronotum, longueur du fémur et du tibia. Nous avons aussi calculé les rapports de certaines de ces longueurs, ou indices morphométriques, tels que

$$\frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur du tibia}}, \quad \frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur des élytres}}, \quad \frac{\text{largeur antérieure du pronotum}}{\text{largeur postérieure du pronotum}}.$$

Nous donnerons le détail de ces très nombreuses mesures dans un Mémoire ultérieur.

Voici les conclusions auxquelles elles permettent d'aboutir. Elles conduisent à ranger les différents individus entre les limites extrêmes indiquées par les systématiciens soit pour *Gr. campestris*, soit pour *Gr. bimaculatus*. Elles présentent cette particularité d'identifier la très grande majorité des individus aux

---

(¹) *La Biologie des Orthoptères*, Paris, 1938, p. 127.

(²) *The variation and correlation of certain taxonomic characters of* Gryllus, Washington, 1908, p. 63

(³) *Proc. of the Acad. of Nat. Sc. of Philadelphia*, 97, 1915, II, p. 293.

hybrides qui auraient été obtenus par le croisement de *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus*. Le lot du Calvados (13 individus) est remarquable à cet égard. L'indice

$$\frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur du tibia}}$$

les place tous dans cette catégorie. L'un d'eux, contre toute attente, tend à se rapprocher nettement de *Gr. bimaculatus*. Le lot du Loiret (100 individus) donne des résultats analogues.

Il ne s'agit pas de séries d'hybrides, puisque la forme *bimaculatus* est inconnue dans ces régions, étant étroitement localisée aux régions méditerranéennes. De plus, tous les exemplaires ont été capturés dans des terriers, habitat exclusif de la forme *campestris*. Il apparaît donc que *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus* désignent, non pas deux espèces distinctes, mais deux aspects d'une espèce polymorphe. Le caractère le plus apparent, l'aile caudée de *Gr. bimaculatus* ne mérite pas d'être retenu, puisqu'il existe une variété *caudata* de *Gr. campestris*.

Les différences de comportement permettraient-elles de les opposer avec certitude et d'en faire des espèces physiologiques? Il convient de remarquer que, pour de nombreux Insectes, le mode de vie est très variable en fonction des conditions du milieu. A titre d'exemple, rappelons que les larves d'Éphémères montrent une étonnante variabilité. En particulier certaines espèces dites typiquement fouisseuses et vivant dans des galeries, s'accommodent fort bien de la vie sous les pierres ou sur un fond sableux. Il est permis de penser que notamment des conditions thermiques et hygrométriques déterminent ou empêchent le creusement du terrier chez les représentants d'une même espèce de Grillons.

Ces constatations se rapportant à des Grillons de la faune française s'accordent avec les conclusions des auteurs américains précédemment cités, qui rattachent toutes les formes du Nouveau Monde à *Gryllus assimilis*, en dépit des variations de la forme et du comportement des individus. Ces auteurs soulignent l'étonnante plasticité de cette espèce.

Ce polymorphisme morphologique et éthologique, que des recherches en cours nous permettront d'approfondir, est à retenir pour une étude d'ensemble de la notion d'espèce.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Les phases de la croissance pondérale du Lombricien* Eisenia fœtida *Sav.* Note de M. **Jean Michon**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le Ver du fumier *Eisenia fœtida* Sav. peut être facilement élevé sur du fumier de cheval bien décomposé et maintenu constamment saturé d'humidité, à condition que la température reste comprise entre 15° et 30° environ. A la

température constante de 28°, température remarquablement élevée qui paraît être cependant la température optima, le développement complet, de l'éclosion à la ponte du premier cocon, peut être obtenu en 40 jours.

J'ai étudié, à cette température de 28°, la croissance pondérale d'individus isolés, pesés à intervalles réguliers. Au bout de la première semaine le poids, qui était à l'éclosion de 2^{mg} en moyenne, dépasse 10^{mg}. Cette courte période d'accroissement très rapide correspond au remplissage du tube digestif. Le taux de croissance se stabilise ensuite à une valeur correspondant à un accroissement journalier du logarithme du poids de 0,05, soit à un doublement du poids chaque semaine environ.

Ce taux de croissance, qui définit une première « phase de croissance » ([1]), s'abaisse brusquement, une quarantaine de jours après la naissance. Cet accident dans la courbe de croissance coïncide exactement avec la première apparition du clitellum, qui, à 28°, atteint en quelques jours son développement complet.

Les individus pourvus d'un clitellum, mais maintenus isolés, ne pondent pas. Ils continuent à croître, durant un mois environ, à un taux beaucoup plus faible que le précédent, pour atteindre un poids maximum voisin de 1^{g}, puis demeurent stationnaires.

Les individus que l'on réunit par deux, dès l'apparition du clitellum, s'accouplent et pondent immédiatement, à un rythme qui peut atteindre un cocon par jour et par individu. Un seul couple m'a fourni, en 3 mois de ponte, plus d'une centaine de cocons, féconds pour la plupart, et il continue à pondre. Au début de la période de ponte, la croissance se poursuit, durant un mois environ, mais le poids maximum (700^{mg} en moyenne) est inférieur à celui des individus isolés et stériles.

L'élevage à la température constante de 18° montre les mêmes phases de croissance qu'à 28°, mais le taux de croissance de la phase immature est plus faible (0,03); la seconde phase s'installe seulement au bout de deux mois et le clitellum se développe beaucoup plus lentement.

La température du milieu représente un facteur des plus importants du développement d'*Eisenia fœtida*. Une température de 8° inhibe totalement l'alimentation, arrête la croissance des jeunes et la ponte des adultes; mais le retour à la température de 28°, après une exposition prolongée à 8°, provoque une reprise immédiate de la croissance à son taux normal.

En résumé, le développement post-embryonnaire d'*Eisenia fœtida* comporte, aux deux températures étudiées compatibles avec la croissance, deux *phases de croissance* bien distinctes, la *phase immature* et la *phase de maturité*, nettement séparées par l'apparition du clitellum, marquant la puberté et caractérisées chacune par un taux de croissance uniforme.

([1]). Cf. M. Abeloos, *Bull. Biol. France et Belgique*, 78, 1944, p. 215.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Influence de l'éclairement artificiel sur la reproduction et le métabolisme du Serin,* Serinus canaria (*L.*). Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai signalé [1] que la nidification, la ponte, l'incubation et l'élevage des jeunes pouvaient être provoqués en plein hiver, chez le Serin en repos sexuel, par l'éclairement artificiel continu. Dans de nouvelles expériences j'ai obtenu ce résultat dès le 20 novembre, alors que, dans les conditions de l'éclairement naturel, la reproduction n'a pas lieu avant le mois d'avril.

Le nombre total des œufs d'une ponte artificiellement provoquée ne paraît pas être supérieur à celui d'une ponte normale. Lorsque la ponte, normale ou prématurément induite, est terminée, la femelle entre dans une phase physiologique durant laquelle l'éclairement prolongé se montre incapable de provoquer les manifestations du comportement producteur. C'est au cours de cette phase, que j'appellerai *période réfractaire*, que s'effectue la *mue* du plumage. Il est vraisemblable que les mâles passent par un état physiologique analogue et que l'absence de réaction résulte d'un défaut de réceptivité de la gonade aux stimulines hypophysaires sécrétées sous l'influence de la lumière.

J'ai étudié, durant ces deux périodes du cycle sexuel (période réfractaire et période de réceptivité à la lumière), les réactions des individus à l'éclairement artificiel continu, en observant systématiquement leurs variations de poids. Les phénomènes sont différents chez le mâle et la femelle.

1° *Femelles.* — *a.* Durant la période réfractaire, l'éclairement continu provoque un amaigrissement, suivi d'une stabilisation du poids à une valeur inférieure à sa valeur initiale (diminution de 16^g à 14^g environ). La suppression de l'éclairement provoque une récupération rapide de l'équilibre pondéral initial.

b. Chez la femelle en période de réceptivité, le poids augmente au contraire rapidement en quelques jours sous l'action de l'éclairement (de $18^g,5$ à $21^g,8$ dans une expérience). L'équilibre pondéral se maintient à un niveau élevé, même si l'on empêche la ponte de se produire, soit en enlevant le nid, soit en supprimant l'éclairement.

2° *Mâles.* — En période d'activité génitale comme en période de repos sexuel, l'éclairement artificiel continu se traduit par une diminution très nette du poids. Dans une expérience le poids est passé, en 15 jours, de $19^g,5$ à $17^g,5$, pour se maintenir à cette valeur pendant toute la durée de l'éclairement. Le poids d'équilibre paraît varier en raison inverse de l'intensité de l'éclairement.

L'amaigrissement constaté est dû, chez le mâle comme chez la femelle

(1) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 188.

réfractaire, à une fonte générale des réserves du foie, des muscles, du tissu conjonctif. On peut songer à l'imputer à une stimulation de l'activité motrice, ou à un défaut de sommeil. Cependant les individus éclairés ne montrent aucun signe de fatigue; ils manifestent un appétit accru et dorment la nuit. De plus cette interprétation ne saurait rendre compte de la réaction particulière des femelles réceptives, chez lesquelles l'éclairement provoque une augmentation de poids, en dépit de la dépense supplémentaire résultant du travail de construction du nid.

Aussi suis-je porté à attribuer les variations observées dans l'équilibre pondéral à des variations de l'activité thyroïdienne. J'ai constaté que l'administration de poudre de thyroïde provoque chez les Serins un rapide amaigrissement, comparable à celui qui résulte de l'éclairement et détermine également, comme de nombreux auteurs l'ont signalé chez les divers Oiseaux, une mue du plumage.

Mes observations indiqueraient donc d'étroites corrélations, différant suivant le sexe, entre l'activité de la gonade et l'activité thyroïdienne chez les animaux éclairés. Il est vraisemblable que ces corrélations s'exercent par l'intermédiaire des stimulines hypophysaires. Lorsque la gonade est réfractaire, l'éclairement provoquerait une hypersécrétion de gonadostimuline et de thyréostimuline. Lorsque l'ovaire est réceptif et activé, le taux des stimulines serait au contraire abaissé. Le testicule actif aurait une action quantitativement plus faible. Ces corrélations expliqueraient que, dans les conditions normales, la mue, liée à l'hyperthyroïdisme, se produit lors du retour de la gonade au repos et à l'état réfractaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Séparation, par dialysoélectrolyse, des globulines contenues dans la sérum-albumine.* Note [1] de M. **Marcel Mazille**.

Il est indubitable que la sérum-albumine préparée par la méthode d'Hofmeister contient une certaine quantité de globulines, qui ne répondent pas à la définition donnée par Hofmeister, puisqu'elles ne précipitent pas par le sulfate d'ammonium à demi-saturation. Il n'est cependant pas douteux que ce sont bien des globulines.

Tiselius [2] l'a prouvé en montrant, par électrophorèse, la présence, dans la sérum-albumine, de molécules dont la mobilité est exactement celle de globulines.

Dans ses essais de purification de la sérum-albumine, Hewit [3] signale,

---

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Biochem. J.*, **31**, 1937, pp. 313 et 1464.

(3) *Biochem. J.*, **31**, 1937, pp. 360 et 1047; **32**, 1938, p. 26.

presque en même temps, qu'il la sépare en deux fractions dont l'une, le globoglycoïde, a des propriétés très voisines de celles des globulines.

Tout dernièrement Tayeau et Mme Florentin-Martin (4) démontrent, par la mesure du point isoionique, que la sérum-albumine est bien souillée de globulines.

Enfin, dans un récent travail, Doladilhe (5) démontre non seulement la présence de ces globulines, mais en tire une conséquence inattendue. Cet auteur extrait en effet, de la sérum-albumine, un protéide dont les caractères antigéniques sont exactement ceux de la globuline et constate que la sérum-albumine, débarrassée ainsi de la *totalité* de ces souillures globuliniques, ne manifeste pas *d'activité antigénique*. L'auteur démontre enfin que c'est dans la globuline seule que sont localisés les pouvoirs antigènes et anaphylactiques du sérum sanguin.

Pour enlever ces souillures globuliniques à la sérum-albumine, il faut s'adresser, comme l'a fait Doladilhe (6), à un agent de fractionnement qui précipite la *totalité* des globulines. La suppression de toute activité antigénique du sérum et particulièrement de son pouvoir anaphylactique est un test très sûr de l'absence de globulines.

Rappelons que, dans un travail antérieur (7), nous avons obtenu ce résultat en soumettant le sérum sanguin à la dialysoélectrolyse entre électrodes de plomb et mercure. Il nous a paru intéressant de rechercher si cette méthode est capable de précipiter de la sérum-albumine préparée par le sulfate d'ammonium la *totalité* des globulines et par conséquent d'en supprimer l'activité antigénique.

Nous avons opéré de la façon suivante : A un volume V de sérum de Cheval nous avons ajouté le même volume V d'une solution saturée de sulfate d'ammonium (pH 7). Le précipité (globuline) est recueilli par centrifugation et le surnageant (sérum-albumine) est dialysé jusqu'à ce que l'eau de dialyse ne révèle plus de traces de sulfate d'ammonium.

La sérum-albumine ainsi obtenue est soumise à la dialysoélectrolyse; en quelques minutes l'électrode de plomb est entourée d'un manchon visqueux et jaunâtre (protéine visqueuse) dont les caractères sont ceux des globulines.

Pour déterminer si la séparation est totale et si, par conséquent, la sérum-albumine ne contient plus de souillures globuliniques, nous avons fait appel à la réaction la plus sensible (8), la sensibilisation anaphylactique.

Pour sensibiliser le Cobaye, nous avons emprunté, au lieu de la voie parentérale, la voie sanguine pour laquelle cet animal est sensible à un millionième

---

(4) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **27**, VII-IX, 1945, p. 314.
(5) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 66.
(6) *Annales de l'Institut Pasteur*, **70**, 1944, p. 305.
(7) *Thèse Doctorat ès Sciences*, Montpellier, 1941.
(8) *Thèse Université*, Dijon, 1938.

de gramme de la substance active [9]. Trois séries de Cobayes sont préparées par injection intracardiaque de $0^{cm^3},5$: la première, de la solution en eau physiologique (NaCl, $8^g,5\ ^0/_{00}$) du manchon visqueux adhérent à l'électrode de plomb; la deuxième, de la solution isotonisée de sérum-albumine avant la dialysoélectrolyse, la troisième, d'une solution isotonique de sérum-albumine débarrassée du précipité visqueux par dialysoélectrolyse.

Trente jours après, chaque Cobaye est éprouvé par l'injection intracardiaque de 1^{cm^3} de la solution isotonique des globulines séparées précédemment par le sulfate d'ammonium ou par le même volume de sérum complet. Les résultats sont les suivants : alors que les deux premières séries de Cobayes, c'est-à-dire celles qui ont été préparées par le précipité visqueux ou par la sérum-albumine non traitée subissent le choc anaphylactique type et mortel, la troisième, qui a été préparée par la sérum-albumine dialysoélectrolysée, ne présente *aucun symptôme de choc anaphylactique.*

Privée du protéide visqueux que lui enlève la dialysoélectrolyse, la sérum-albumine ne manifeste plus d'activité antigénique et ne contient donc plus de globulines ou n'en contient qu'une quantité inférieure au seuil pondéral de la sensibilisation anaphylactique par voie sanguine, qui, dans nos expériences, serait de deux millionièmes de gramme environ par centimètre cube de solution.

En plus de l'intérêt théorique que présentent toutes ces recherches sur les souillures globuliniques de la sérum-albumine, il faut souligner l'intérêt pratique qu'elles sont susceptibles de présenter en clinique, où, comme le signale très justement Mme A. Roche [10], on attribue souvent au rapport albumine/globuline une valeur absolue qu'il ne peut avoir lorsque le fractionnement est fait par le sulfate d'ammonium.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nouvelles données sur les glucides des Algues rouges.* Note de M. **Jean Augier**, présentée par M. Maurice Javillier.

Cinq espèces d'Algues rouges de la famille des Rhodomélacées, *Polysiphonia fastigiata* et *P. fruticulosa* Spreng [1], *Vidalia volubilis*, *Halopithys pinastroides* [2], *Bostrychia scorpioides* [3] renferment, comme glucide à petite molécule, du mannoglycérate de sodium. Le floridoside, *sucre des Floridées*, paraît absent des quatre premières.

---

(9) Bordet, *Traité de l'immunité.*
(10) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1022.

(1) H. Colin et J. Augier, *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 1450.
(2) J. Lamure, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 246.
(3) J. Augier, *Bull. Soc. Bot. de Fr.*, **91**, 1944, p. 92.

Chez les Céramiacées, un chimisme analogue à celui de *Polysiphonia* existe également dans *Griffithsia setacea* ([3]). Le systématicien s'intéressera donc aux résultats d'une enquête chimique plus étendue, souhaitant qu'elle aboutisse à préparer des glucides cristallisés, donc identifiables sûrement. En cas d'échec, la purification très poussée des extraits (notamment la complète déchloruration) permettra au moins d'employer sans entraves les réactifs biochimiques, et de conclure avec certitude. Cette Note présente les résultats relatifs à huit espèces; dans la troisième et la dernière, H. Colin et Guéguen ([4]) ont reconnu le floridoside; les autres, à notre connaissance, n'ont pas été examinées à ce point de vue.

1° *Polysiphonia nigrescens* Grev. est, dans ce genre nombreux, l'une des espèces qui présentent un thalle cortiqué, contrairement à *P. fastigiata*. Les exemplaires récoltés à Saint-Malo par M. S. Lami ont livré du mannoglycérate de sodium cristallisé; les eaux mères restent inchangées quand on ajoute un autolysat vieilli de levure basse, actif sur le floridoside, inactif sur le tréhalose comme sur le mannoglycérate. Au moins en hiver, cette espèce ne contient pas le corps fortement colorable sous l'action de $FeCl_3$, signalé dans *P. fastigiata*.

2° *Dasya coccinea*, Ag., autre Rhodomélacée radiaire, contient aussi le mannoside (0,3 % du frais, septembre, Saint-Malo). Il n'est pas accompagné de floridoside, mais d'un corps lévogyre. La majeure partie des glucides est formée d'amidon floridéen, en grains ronds (3-6μ) brunissant par l'iode.

3° *Laurencia pinnatifida*, de la même famille encore, réunit dans ses tissus les deux hétérosides floridéens. En septembre comme en juillet, le mannoglycérate cristallise dans les extraits; ceux-ci, soumis ensuite à la galactosidase, sont hydrolysés; l'indice enzymolytique (350) correspond à l'indice théorique pour le floridoside (342), et le réducteur libéré est identifiable au galactose par son osazone. Le galactoside est plus abondant que le mannoside; toutefois il n'a pas été possible encore de l'obtenir cristallisé.

4° *Halurus equisetifolius* prend place dans les Céramiacées, proche des *Griffithsia*. La plante est assez riche en mannoside, qui cristallise facilement, en sorte qu'on a pu préparer l'acide mannoglycérique et en vérifier les propriétés (fusion vers 89°). Il n'y a pas de floridoside, pas davantage de tréhalose, au moins à la fin de septembre; à cette époque, les cellules sont remplies de petits grains d'amidon.

5° *Calliblepharis ciliata* Kütz est classé parmi les Gigartinales (Rhodophyllidacées). L'extrait laisse cristalliser d'abord un peu de mannoside. Le reste est hydrolysable par la galactosidase : c'est du floridoside, d'après l'indice et la galactosazone. L'Algue ressemble donc à *Laurencia*; elle apparaît toutefois,

---

([4]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1668.

au microscope, plus riche que cette derinère en amidon floridéen, à la fin de septembre.

6° *Agardhiella tenera*, Schmitz, est une Soliériacée. Elle n'a donné que très peu de cristaux, dont l'étude physique ne saurait être probante. Ils brûlent avec un foisonnement très marqué, comme le mannoside. Or, dans la liqueur extractive, la levure basse libère du galactose et l'acide sulfurique du galactose *et du mannose*. Cette espèce rentre donc aussi dans le type *Laurencia*, avec trois ou quatre fois plus de floridoside que de mannoside. Il n'y a pas de tréhalose, mais beaucoup d'amidon.

7° *Gracilaria multipartita*, autre Gigartinale, analysée selon les mêmes principes, contient du floridoside comme sucre soluble, sans satellite décelable. On s'est aussi proposé, dans cette espèce, d'étudier chimiquement l'amidon floridéen, visible en petits grains très nombreux dans toutes les cellules (septembre, Le Croisic). Après avoir écarté la gélose, que l'iode teinte en rouge violacé, on attaque facilement l'amidon, d'abord par l'amylase prancréatique, puis par les acides : on obtient du glucose.

8° *Lomentaria articulata* (Champiacées, récoltée en juillet à Saint-Malo, contient du floridoside, reconnaissable à l'indice de réduction enzymolytique et à la galactosazone. Toutefois l'hydrolyse diastasique, légèrement irrégulière, n'exclut pas la présence d'une très minime quantité de satellite. L'eau iodée teinte fortement les tétraspores, mais non les cellules du thalle; c'est le chimisme des *Rhodymenia*.

Les Rhodophycées peuvent donc contenir, en fait de sucres solubles : le floridoside seul; floridoside et tréhalose (*Lemanea*); floridoside avec un peu de mannoglycérate de sodium; ce dernier seul; le mannoglycérate accompagné de polyols, et peut-être de floridoside (*Bostrychia*). La troisième formule est vraisemblablement assez commune chez les Gigartinales. Il faudra décider si la quatrième (mannoside seul) est particulière aux Céramiales, ou si elle existe ailleurs et y possède une signification systématique.

MICROBIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur le pouvoir antiseptique.* Note (1) de M. **Jacques Risler**, présentée par M. Léon Binet.

J'ai montré (2) qu'il y avait intérêt à *mesurer dans le temps* le pouvoir antiseptique de certains corps simples ou composés, de mélanges ou même de composés d'addition, choisis de préférence en raison de leur faible tension de vapeur.

L'intérêt de cette étude systématique apparaît maintenant avec évidence, depuis que les recherches dans le domaine de l'hygiène s'orientent vers l'utilisation de corps, de mélanges ou de combinaisons ainsi que de composés d'addition à *action durable*, soit qu'il s'agisse d'élaborer des formules destinées au

(1) Séance du 18 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 517; **216**, 1943, p. 850.

conditionnement antiseptique de l'air par exemple, soit que l'on envisage plus simplement la préparation d'éléments anticryptogamiques, antifermentescibles ou insecticides.

L'application de ces formules, destinées au traitement et à la transformation de certaines substances solides, tels que le bois, les tissus cellulosiques ou autres, nous a conduit, avec O. Lamarche, à rechercher si le caoutchouc, matériau plastique idéal, ne pouvait être traité de manière telle qu'on puisse aussi lui conférer des propriétés nouvelles antiseptiques et durables. Mais, autant il est facile d'incorporer des antiseptiques à l'état liquide à des corps doués de capillarité, autant il paraît difficile de maintenir, au sein d'une gomme homogène et compacte, des charges volatiles, qui en réalité s'évaporent aux températures de vulcanisation.

Le but recherché a cependant été atteint, en ajoutant à des mélanges classiques, du type couramment dénommé *gomme pure*, à base de feuille fumée standard, un para-isopropyl-métacrésol sous forme cristalline. Soluble dans la gomme aux températures usuelles de la vulcanisation, ce produit tend ensuite à reprendre sa forme cristalline, dès que le mélange se refroidit. A ce moment, expulsé en surface, il confère, au caoutchouc ainsi traité, des propriétés antiseptiques particulièrement puissantes et durables, dès que l'on atteint un pourcentage déterminé.

La technique de contrôle bactériologique employée a été la suivante :

Sur la surface de trois petits disques de caoutchouc de 7^{mm} d'épaisseur, additionné d'une charge de 20, 15 et 10 % de para-isopropyl-métacrésol, on ensemence une culture de 24 heures de bactérium coli. On laisse en contact pendant 15, 10 et 5 minutes. On réensemence ensuite en bouillon peptoné et on laisse à l'étuve à 37° pendant 24 heures. Des essais-témoins ont été effectués sur un disque de caoutchouc non additionné de para-isopropyl-métacrésol.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Mesure du pouvoir antiseptique IMMÉDIAT *d'échantillons de caoutchouc additionné de para-isopropyl-métacrésol.*

Culture microbienne, *Bacterium coli.* — Test, caoutchouc, feuille fumée.
Antiseptique, para-isopropylmétacrésol.

Échantillon.	Antiseptique incorporé %.	Temps de contact 15 min.	10 min.	5 min.
1	20	—	—	—
2	»	—	—	—
3	»	—	—	—
Témoin	»	+	+	+
1	15	—	—	—
2	»	—	—	—
3	»	—	—	—
Témoin	»	+	+	+
1	10	+	+	+
2	»	+	+	+
3	»	+	+	+
Témoin	»	+	+	+

Conclusion. — Le pourcentage de la charge nécessaire pour parvenir au seuil du pouvoir antiseptique se situe donc aux environs de 15 %.

Réensemencés sur caoutchouc imprégné au para-isopropyl-métacrésol, le bacille prodigiosus, le bacille diphtérique, le bacille typhique, le staphylocoque et le bacille tuberculeux sont détruits dans des temps sensiblement égaux.

Mesure du pouvoir antiseptique EN DURÉE *du caoutchouc chargé en para-isopropyl-métacrésol à 15 % de son poids.*
Culture microbienne, staphylocoque.

Date des réensemencements.		Temps de contact	
		5 min.	10 min.
1945	5 août		
	4 septembre	—	
	8 octobre		
	3 novembre		
	10 décembre	—	
1946	3 janvier	—	
	6 février	—	
	5 mars	—	

Conclusion. — Au 212e jour le pouvoir antiseptique continue à s'exercer; l'expérience continue.

MICROBIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur le rôle du complément dans les phénomènes de migration leucocytaire.* Note [1] de M. **Albert Delaunay** et Mlle **Jacqueline Pagès**, présentée par M. Gaston Ramon.

Comme toutes les cellules mobiles, les polynucléaires sont capables d'orienter leurs mouvements amiboïdes dans un sens bien défini afin de se déplacer vers des substances qui les attirent (phénomènes de tactisme positif). Ce déplacement ne peut cependant se produire que lorsque les cellules se trouvent environnées par un milieu convenable. C'est ce que montrent les expériences que nous allons d'abord exposer ici.

Pour examiner les déplacements orientés des cellules, nous avons recours à la technique suivante, utilisée déjà par M. Comandon dans ses films sur la phagocytose.

Des grains d'amidon, isolés extemporanément de la Pomme de terre, sont étalés sur des lames et fixés par dessiccation. Déposons sur des lames ainsi préparées une goutte d'exsudat péritonéal de cobaye riche en polynucléaires [2]. Recouvrons ces lames d'une lamelle.

---

(1) Séance du 1 avril 1946.

(2) Cette technique ne convient que pour étudier le tactisme des polynucléaires. Les mononucléaires, même suspendus dans du sérum sanguin, marquent peu de tendance pour se diriger vers les grains d'amidon.

lutons celle-ci pour éviter la dessiccation et déposons les préparations dans une étuve à 37°. Très rapidement, les leucocytes se dirigent vers les grains d'amidon qui probablement les attirent en libérant dans le milieu ambiant des dextrines solubles. En moins d'une heure un très grand nombre de grains sont sertis par plusieurs leucocytes qui se sont accolés à leur périphérie, se moulant sur eux et prenant ainsi la forme de croissants irréguliers.

Des leucocytes lavés deux fois avec la solution de Ringer, puis repris par le liquide d'exsudat manifestent aussi un tactisme très prononcé vers l'amidon. Mais, lorsqu'ils sont repris finalement par du Ringer, tout tactisme fait défaut. Les cellules, morphologiquement intactes, subissent sur place des déformations pseudopodiques, mais elles ne se meuvent plus.

Le tactisme ne réapparaît que lorsqu'on ajoute au Ringer une certaine quantité de sérum *frais*. Il paraît exister dans le sérum frais une substance indispensable pour que se produisent des déplacements leucocytaires. Cette substance est détruite par un chauffage du sérum d'une demi-heure à 56°; on ne la retrouve pas dans des sérums conservés à la glacière depuis quelques semaines. On inhibe son influence par addition au sérum de venin ou d'ammoniaque etc. Pour toutes ces raisons nous avons admis qu'elle ne se distinguait pas du complément ([3]).

Des recherches récentes nous ont permis d'étendre ces premières observations tout en nous confirmant dans notre opinion.

a. Dans tous les milieux qui ne renferment pas de complément, on ne peut observer aucun tactisme. Par exemple, repris par de l'urine ou de la salive, amenées à un pH physiologique, malgré la teneur en albumine de la salive qui augmente la viscosité du milieu, les leucocytes ne montrent aucune tendance à se diriger vers l'amidon.

b. L'intensité du tactisme des cellules vers les grains d'amidon est fonction de la teneur du milieu en complément. Par exemple, dans un sérum frais de cobaye (sérum riche en complément) dilué 20 fois avec du Ringer, le tactisme est encore net. Il fait au contraire défaut, pour une même dilution, dans des sérums humains ou de cheval, ou dans le plasma péritonéal de cobaye (milieux relativement pauvres en complément).

Sur les lames où le tactisme fait défaut, il n'est pas rare de rencontrer des polynucléaires placés par le hasard au contact même des grains d'amidon. Même dans ce cas, ils ne s'accolent pas en général aux grains; ils gardent une forme plus ou moins arrondie. Nous croyons que le complément ne se borne pas à rendre possible le tactisme, mais qu'il favorise aussi l'adhésion des cellules au grains d'amidon. On savait déjà que le complément facilite l'accolement des trypanosomes aux plaquettes chez les animaux traités par chimiothérapie, et celui des globules rouges sur les plaquettes. De son côté Bordet pense que le complément augmente l'affinité de contact des germes vis-à-vis des leucocytes.

Il est également possible que, dans l'organisme, le complément favorise la

---

([3]) *Association des Microbiologistes de langue française*. Séance du mois de mai 1945.
([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 699.

diapédèse des globules blancs, en permettant à ces cellules, au cours de la margination (premier temps de la diapédèse), de *coller* contre les éléments endothéliaux. Si cette hypothèse est exacte, la diapédèse doit se trouver plus ou moins entravée au cours de tous les phénomènes de choc (choc traumatique, choc anaphylactique) qui s'accompagnent classiquement d'une chute brusque de la teneur du sérum en complément. Cette explication n'est cependant pas valable pour rendre compte de ces modifications de la perméabilité capillaire aux leucocytes dont nous parlions dans une précédente Communication ([3]). Chez nos cobayes intoxiqués par une endotoxine bactérienne ou en état de choc anaphylactoïde (par interaction au sein des tissus de l'antigène et de l'anticorps Forssman), nous n'avons trouvé aucune diminution appréciable du complément, aussi bien que dans le sérum sanguin que dans le plasma inflammatoire prélevé dans la cavité péritonéale.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Aggravation du pyruvisme expérimental chez la Souris par le chlorure de sodium.* Note de Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa** et M. **Vladimir Momsikoff.**

Un syndrome, reproduisant le béribéri expérimental, a été provoqué chez les Souriceaux par des injections sous-cutanées du pyruvate de sodium à 10 % ([1]). Nous examinons dans cette Note l'effet additionnel sur ce syndrome du Na Cl. L'influence propre du chlorure de sodium a été étudiée sur les Souriceaux à l'aide de solution hypertonique ([2]). L'utilisation des Souriceaux jeunes présente cet avantage que l'intervention des modifications préexistentes dans l'organisme devient peu probable. Du moment que, même en tenant compte du poids des animaux, on observe une certaine différence individuelle dans la réaction, nous avons cherché tout d'abord à contrôler sur le même animal l'effet du chlorure de sodium (solution à 5 %) et celui du pyruvate de sodium (solution à 10 %) en les injectant isolément et, quelques jours après, en utilisant une solution combinée de pyruvate à 10 % et de Na Cl à 5 %. Voici les résumés de quelques-unes de ces observations :

1° ♀ *grise de* 14g,4. — 12/XI, 15h, injection de 0cm³,8 de solution saline; 16h10m valse, marche en oscillant un peu, rien de grave; 13/XI, poids 13g,8, 12h, injection de 0cm³,8 de solution du pyruvate; pas de symptôme marqué; 16/XI, 14g,6, 16h, injection de 0cm³,6 de solution combinée; 16h15m, marche en titubant; 16h35m, semble paralysée; 16h45m, série de crises convulsives, roule autour de l'axe du corps, hyperextension de la tête; 18h10m, bouge encore quand on la touche; 17/XI trouvée morte.

2° ♂ *bl. de* 15g,8. — 30/X, 17h50m, injection de 0cm³,7 de solution saline; pas de symptôme; 31/X, poids 16g,3, 15h20m injection de 0cm³,7 de solution pyruvique; 16h,35m,

---

([1]) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 248.

([2]) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et V. Momsikoff, *Bull. Acad. Méd.*, **126**, 1942, p. 328.

somnolence, soulève la tête, rien de grave; 7/XI, poids $15^{g},9$; $15^{h}15^{m}$, $0^{cm^3},5$ de solution combinée; $15^{h}50$, valse, ne se sauve pas; $16^{h}30^{m}$, plus affaibli; 18^{h} étire les pattes postérieures, ouvre la bouche; 8/XI, trouvé mort et figé.



Attitude des animaux sous l'influence du traitement combiné par le pyruvate et le chlorure de sodium. Les deux animaux ont le ventre mouillé; celui de droite présente, en outre, la bouche ouverte (manque d'air) et les pattes contractées et paralysées.

3° ♂ *ag. dil. de* $16^{g},8$. — 12/XI, 15^{h}, $0^{cm^3},8$ de solution saline; 16^{h}, valse, urine beaucoup; 18^{h}, bon état; 13/XI, poids $16^{g},4$; $11^{h}55^{m}$, $0^{cm^3},8$ de pyruvate; 14^{h}, un peu déséquilibré, somnolent; $16^{h}15^{m}$, court; 16/XI, 17^{g}, 16^{h}, injection de $0^{cm^3},6$ de solution combinée; $16^{h}15^{m}$, ataxie, respire difficilement, soulève la tête et ouvre la bouche, comme s'il lui manquait de l'air; $16^{h}30^{m}$, série de crises convulsives, mort.

4° ♂ 58717 *XVII de* $13^{g},5$, 12/XI, 15^{h}, $0^{cm^3},8$ de solution saline; pas de symptôme grave; 13/XI, poids $12^{g},2$; $11^{h}45^{m}$, $0^{cm^3},8$ de solution pyruvique; sauf somnolence, pas de symptôme; 16/XI, poids $12^{g},5$; 16^{h}, injection de $0^{cm^3},6$, de solution combinée; $16^{h}43^{m}$ respire difficilement, roule autour de l'axe du corps, $17^{h}30^{m}$, mort.

Ces expériences mettent en évidence une espèce d'addition des effets produits dans l'organisme par le pyruvate et le chlorure de sodium. Ces substances sont beaucoup mieux supportées quand on les administre séparément. Combinées dans une même solution, elles provoquent, avec des doses plus faibles, des symptômes beaucoup plus graves, aboutisant en général à la mort de l'animal. Parmi ces symptômes, le pyruvate est plus spécialement responsable de la somnolence et des phénomènes convulsifs; le chlorure de sodium de la valse (signe de déséquilibre) et de l'incontinence d'urine (voir la figure); les effets paralytiques sont propres aussi bien à l'une qu'à l'autre de ces deux substances ([3]).

([3]) Ce travail a été fait en partie sous les auspices de *l'International Cancer Research Foundation*.

HÉRÉDITÉ PATHOLOGIQUE. — *Sur une anomalie de l'oreille externe chez la Souris. Répartition suivant les sexes.* Note (¹) de M. **Nicolas Kobozieff** et Mme **N. A. Pomriaskinsky-Kobozieff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons étudié une anomalie auriculaire récessive, incomplète, d'un phénotype très variable et présentant certaines différences génotypiques. Il nous reste encore à étudier son mode de répartition suivant les sexes.

Avant d'aborder cette étude, nous jugeons utile de rappeler que, dans la distribution des sexes, chez les Mammifères, il existe quatre modes de répartition des anomalies :

1° La répartition est normale et égale dans les deux sexes (1 ♂ : 1 ♀), par exemple chez les souris normales et brachyoures (Kobozieff, 1935).

2° La répartition est inégale dans les deux sexes (1 ♂ : 2 ♀); c'est le cas des souris valseuses japonaises étudiées par Little (1920), le déficit des mâles étant dû à un effet létal.

3° La distribution des sexes s'effectue suivant les formules 0 ♂ : 1 ♀ ou 1 ♂ : 2 ♀, c'est-à-dire qu'on se trouve en présence d'un seul sexe anormal; ceci est dû à ce que l'anomalie elle-même est propre à un seul des deux sexes; par exemple, dans le cas de la cryptorchidie des porcs, où les mâles seuls peuvent présenter cette anomalie (Mac Kenzie et autres). Il s'agit là d'une *limitation sexuelle absolue*, terme proposé par Verschuer (1943).

4° La répartition est inégale, avec prédominance marquée d'un des sexes, répartition dans laquelle la proportion des sujets de l'autre sexe peut varier selon les rapports 2 ♂ : 1 ♀, ou 1 ♂ : 6 ♀. L'exemple est net dans l'espèce humaine, pour la luxation de la hanche, où le nombre des femmes atteintes de cette anomalie est 6 fois plus grand que celui des hommes (cité d'après Lange, 1935). Par contre, dans le cas du pied-bot, les hommes sont atteints dans la proportion 2 ♂ : 1 ♀ (Isigkeit, Mau, Scaglietti).

A ce dernier mode de répartition Verschuer a donné le nom de *limitation relative des sexes*, par opposition à la *limitation absolue*, mais ce mode de transmission n'a cependant pas trouvé, jusqu'à présent, une explication génétique bien précise.

Pour étudier le mode exact de la répartition suivant les sexes, nous avons rassemblé un matériel portant sur 3908 descendants, que nous avons répartis en deux groupes de la façon suivante (voir le tableau).

1° *Série I.* — Descendance normale issue d'un seul type de croisement (*Anorm.* × *Norm.*); les progéniteurs normaux employés n'ayant aucune parenté avec la souche mutante.

Cette descendance, étant normale, est phénotypiquement et génotypiquement homogène.

2° *Série II.* — Descendance issue de tous les autres types de croisements : anormaux entre eux, croisement de retour, progéniteurs de la première génération entre eux etc.

(¹) Séance du 18 mars 1946.

Proportion des descendants ♂ et ♀.									
Sére des croisements.........	I.			II.					
Répartition des descendants...	Normaux (N_m).			Anormaux (A_n).			Normaux (N_m+N_{ov}).		
	♂	♀	Total.	♂	♀	Total.	♂	♀	Total
Nombres observés............	349	296	645	181	105	286	1607	1370	2977
Nombres calculés (Q).........	322,5	322,5	645	190,7	95,3	286	1488,5	1488,5	2977
Écart observé (d)............	+26,5	−26,5		−9,7	+9,7		+118,5	−118,5	
Écart type $m=\pm\sqrt{Npq}$.......	±12,69			±7,97			±27,28		
Rapport des deux écarts d/m..	2,08			1,21			4,34		
Proportions suivant la formule..	1 ♂ : 1 ♀			2 ♂ : 1 ♀			1 ♂ : 1 ⚲		

La descendance, dans la *série II*, est composée de deux classes : anormale et normale. Cette dernière étant phénotypiquement homogène, mais génotypiquement hétérogène, on se trouve donc en présence de deux génotypes :

a. Hétérozygotes, semblables à la descendance normale de la série I.

b. Normal overlaps, se comportant génotypiquement comme des sujets normaux.

Nous constatons que la descendance normale de la *série I*, composée exclusivement d'hétérozygotes, se répartit selon la formule de ségrégation 1 ♂ : ♀ 1; les nombres observés de mâles et de femelles cadrent bien avec cette formule, le rapport des 2 écarts (d/m) étant égal à 2,08. La descendance anormale de mâles et de femelles de la *série II* se répartit selon la formule 2 ♂ : 1 ♀, d/m étant égal à 1,21, ce qui concorde avec la prévision. La répartition des sexes dans la descendance normale de la *série II* est plus rapprochée de la formule de ségrégation 1 ♂ : 1 ♀ (*série I*) que de la formule 2 ♂ : 1 ♀ (*série II*, descendance anormale). En effet, dans le premier cas (1 ♂ : 1 ♀) l'excédent des mâles est moins grand que le déficit de ceux-ci dans le deuxième cas (2 ♂ : 1 ♀). Toutefois, l'excédent des mâles $[(d/m) = 4,34]$ est supérieur au rapport prévu pour deux écarts $[(d/m) \leq 2]$ et ne cadre pas avec la formule prévue de ségrégation 2 ♂ : 1 ♀. L'excédent notable des mâles dans la descendance normale de la *série II* s'explique facilement par la présence de sujets *normal overlaps*, qui se comportent génotypiquement comme des anormaux. La preuve nous en est donnée par l'examen de la répartition des sexes de la descendance normale de la *série I*, où la descendance est homogène et composée exclusivement d'hétérozygotes.

En résumé, nous avons affaire ici à une mutation récessive incomplète, accompagnée de *limitation relative suivant les sexes* (Cf. Verschuer).

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

MM. Jacques Hadamard, Émile Borel, Louis Blaringhem, Ernest Esclangon, Armand de Gramont, Gaston Fayet, Emmanuel de Margerie,

Raymond Jouaust, Pierre Tardi sont désignés pour représenter la France au *Conseil international des Unions scientifiques*, du 22 au 24 juillet 1946, à Londres, dans les locaux de la *Royal Society*.

La séance est levée à $16^h 30^m$. L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1946.

Université de Bruxelles. *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau*, publié par Auguste Lameere. Suite des *Annales de biologie lacustre*, Tome VIII, fasc. **1**, 1940 et fasc. **2**, 1941; Tome IX, fasc. **1-2**. Bruxelles, Anciens établissements J. Lebègue et Cie, 1942; 3 vol. $26^{cm},5$.

Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. A*a*. N : o **182**, *Beskrivning till Kartbladet Lidköping*, par S. Johansson, N. Sundius, et A. H. Westergård. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1943; 1 vol. 24^{cm}.

Id. Ser. A*a*. N : o **183**. *Beskrivning till Kartbladen Visby och Lummelunda*, par G. Lundqvist, J. Ernhold Hede et N. Sundius. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet, P. A. Norstedt et Söner, 1940; 1 vol. 24^{cm}.

Id. Ser. A*a*. N : o **184**. *Beskrivning till Kartbladet Hedemora*, par G. Lundqvist et S. Hjelmqvist. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1941; 1 vol. 24^{cm}.

Id. Ser. A*a* N : o **185**. *Beskrivning till Kartbladet Horndal*, par R. Sandegren et B. Asklund. Stockhlom, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1943; 1 vol. 24^{cm}.

Sveriges Geologiska Undersökning. Ser. A*a* N : o **182**. *Bladet « Lidköping »*. I. ö. **34**; — N : o **183**. *Bladet « Lummelunda »* VI. ö. **36**; — N : o **184**. *Bladet « Hedemora »* III. ö. **30**; — N : o **185**. *Bladet « Horndal »*. IV. ö. **30**. 4 planches $76^{cm},5 \times 69^{cm}$, au 1/50000.

La nature du transfini, par Thomas Greenwood. Ottawa, Les Éditions de l'Université d'Ottawa, 1946; 1 vol. $25^{cm},5$.

Essais sur la pensée géométrique, par Thomas Greenwood. Ottawa, Les Éditions de l'Université d'Ottawa, 1943; 1 vol. $25^{cm},5$.

Portugaliae Physica. Volume I. 1943-1945. Lisboa, Instituto para a Alta Cultura centro de Estudos de física. Faculdade de ciências; 1 vol. $23^{cm},5$.

Annales de géophysique. Tome I. fasc. **3**. Années 1944 et 1945. Paris, Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945; 1 fasc. 27^{cm}.

L'agronomie tropicale, publié par le Ministère des Colonies, nos **1-2**. Nogent-sur-Marne, 1946; 1 fasc. $26^{cm},5$.

Powder metallurgy Bulletin, par Paul Schwarzkopf. Vol. I. New-York, Yonkers **2**, 1946; 1 fasc. 23^{cm}.

Antagonismo cancro-sarcoma (*serie liotrope di Hofmeister e teoria, terapia e diagnosi di neoplasmi. Terapia di piorrea alveolare*). *Nuova classificazione delle proteine e dei coloranti istologici. I creduti nucleoproteidi non sono nucleoproteidi, par* Renzo Pucci. Pisa, Arti Grafiche Tornar, 1946; 1 fasc. 24^{cm} (avec un résumé en allemand et en français).

Mathematica. **21**, pp. 45-65. *Table des solutions de la congruence* $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ pour $2.10^5 < 9 < 3.10^5$, par A. Gloden. Timisoara, Tipografia Romaneasca, 1945; 1 fasc. $24^{cm},5$.

R. I. Murchisson (1792-1871), par N. S. Chatoky. Moscou, Société des Naturalistes, 1941; 1 fasc. $23^{cm},5$ (en langue russe).

Soil microbiology as a field of science, par Selman A. Waksmann. Extrait de *Science*. Vol. 102, n° 2649, octobre 1945. New Jersey, Agricultural Experiment Station. Rutgers University, 1 fasc. 26cm,5.

Strain specifity and production of antibiotic Substances. V. Strain resistance of bacteria to antibiotic Substances, especially to streptomycin, par Selman A. Waksman, H. Cristine Reilly et Albert Schatz. Extrait de *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. 31, n° 6, juin 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, New Jersey; 1 fasc. 25cm,5.

Strain specificity and production of antibiotic Substances. VI. Strain variation and Production of streptothricin by Actinomyces Lavendulae, par Selman A. Waksman et Albert Schatz. Extrait de *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. 31, n° 7. juillet 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J.; 1 fasc. 25cm,5.

Agar-Streak Method for assaying antibiotic Substances, par Selman A. Waksmann et H. Christine Reilly. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, N. J.; 1 fasc. 28cm.

Standardization of Streptomycin, par Selman A. Waksman. Extrait de *Science*. Vol. 102, n° 2637, juillet 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J; 1 fasc. 23cm.

Streptomycin, par Selman A. Waksman. Extrait de *The Doctors Talk it over*, 1945; New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J.; 1 fasc. 22cm,5.

Streptomycin-Origin, Nature and Properties, par Selman A. Waksman et Albert Schatz. Extrait de *Journal of the American Pharmaceutical Association, scientific Edition*. Vol. XXXIV, n° 11, Novembre 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, N. J.; 1 fasc. 24cm.

Station centrale suisse de météorologie. Intégrateur d'altitudes. Complément au Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie, par Jean Lugeon. Extrait du *Bulletin technique de la Suisse romande*, n° du 23 août 1941. Lausanne, Édition de la Société du *Bulletin technique de la Suisse romande*, 1941; 1 fasc. 30cm,5.

Die Methoden zur Bestimmung der Wolkenhöhe in Gebirgsländern. Von der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich zur Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften genehmigte Promotionsarbeit vorgelegt von Max Schüepp. Zürich, City-Druck Ag., 1944; 1 fasc. 30cm.

Bibliothèque de philosophie scientifique. *Les migrations végétales, par* René Bouvier. Paris, Flammarion, 1946; 1 vol. 19cm.

Contribution à l'hydrogénation sélective par le nickel Raney de quelques phénols à chaîne non saturée. Thèse soutenue par M. Bernard Gauthier. Paris, Masson et Cie, 1946; 1 vol. 22cm,5.

Eugène-Louis Bouvier (1856-1944), par Louis Fage. Extrait des *Annales des Sciences naturelles, Zoologie*. 11e série, Tome VI, 1944; 1 fasc. 25cm,5.

Comité national français de géodésie et géophysique. *Mesures de pesanteur exécutées dans le Sud de la France en 1940. Étude théorique de l'attraction des couches minces. Application à l'interprétation des anomalies régionales*, par le R. P. Pierre Lejay. Paris, 1945; 1 vol. 24cm.

Id. *Mise au point d'un pilier de campagne portatif pour gravimètre Holweck-Lejay. Influence des flexions du pilier sur le résultat des observations au pendule inversé*, par le R. P. Pierre Lejay. Paris, 1942; 1 vol. 24cm.

Id. *Mesures de pesanteur exécutées dans le Massif Central* (septembre 1941), par le R. P. Pierre Lejay. Paris, 1942; 1 vol. 24cm.